28/3/2022

**146** Trova il valore di $k$ affinché l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{k+6}+\frac{y^2}{1-k}=1$ sia tangente alla retta di equazione $y=-2x+4$. $[k=-3]$

$$\begin{cases} k+6>0 \\ 1-k>0 \end{cases} \quad \begin{cases} k>-6 \\ k<1 \end{cases} \Rightarrow \quad -6<k<1$$ affinché sia un'ellisse

$$\begin{cases} \frac{x^2}{k+6}+\frac{y^2}{1-k}=1 \\ y=-2x+4 \end{cases} \quad \begin{cases} (1-k)x^2+(k+6)y^2=(k+6)(1-k) \\ y=-2x+4 \end{cases}$$

$$(1-k)x^2+(k+6)(-2x+4)^2=k-k^2+6-6k$$

$$(1-k)x^2+(k+6)(4x^2+16-16x)=-k^2-5k+6$$

$$\underline{(1-k)x^2}+\underline{4kx^2}+16k-16kx+\underline{24x^2}+96-96x+k^2+5k-6=0$$

$$(1-k+4k+24)x^2+(-16k-96)x+k^2+21k+90=0$$

$$(25+3k)x^2-2(8k+48)x+k^2+21k+90=0$$

$$\frac{\Delta}{4}=0 \Rightarrow \quad (8k+48)^2-(25+3k)(k^2+21k+90)=0$$

$$64k^2+768k+2304-25k^2-525k-2250-3k^3-63k^2-270k=0$$

$$-3k^3-24k^2-27k+54=0$$

$$k^3+8k^2+9k-18=0$$

RUFFINI

$$1+8+9-18=0$$

| | 1 | 8 | 9 | −18 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | 1 | 9 | 18 |
| | 1 | 9 | 18 | // |

$$(k-1)(k^2+9k+18)=0$$

$(k-1)(k^2+9k+18)=0$

$k=1 \quad \vee \quad k^2+9k+18=0$

$\Delta = 81-4\cdot 18 = 81-72 = 9$

$k = \dfrac{-9 \pm 3}{2} = \begin{cases} -6 \\ -3 \end{cases}$

$\underbrace{k=1 \quad \vee \quad k=-6}_{\text{NON ACCETTABILI}} \quad \vee \quad k=-3$

PERCHÉ $-6<k<1$

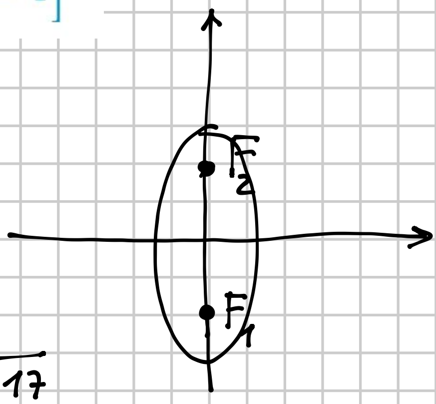
(annullano i denominatori)

$\boxed{k=-3}$

**183** Determina l'equazione dell'ellisse con centro di simmetria nell'origine, di eccentricità $e = \frac{3\sqrt{17}}{17}$ e avente un fuoco nel punto (0; 3).

$$\left[\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{17} = 1\right]$$

$F_2(0,3) \Rightarrow$ fuochi su asse y




$c = 3$ $\quad\quad a^2 = b^2 - c^2$

$$e = \frac{c}{b} = \frac{3\sqrt{17}}{17} \Rightarrow \frac{\cancel{3}}{b} = \frac{\cancel{3}\sqrt{17}}{17}$$

$$b = \frac{17}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$$

$$a^2 = b^2 - c^2 = 17 - 9 = 8$$

$$\boxed{\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{17} = 1}$$

**185** Scrivi l'equazione dell'ellisse che nel suo punto di ascissa 1 ha per tangente la retta di equazione $x + 6\sqrt{2}y - 9 = 0$. $\left[\frac{x^2}{9} + y^2 = 1\right]$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad P\left(1, \frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$$

$$1 + 6\sqrt{2}y - 9 = 0 \qquad 6\sqrt{2}y = 8$$

$$y = \frac{\cancel{8}^{\cancel{4}\,2}}{\cancel{6}_3\cancel{\sqrt{2}}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cancel{\sqrt{2}}} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{a^2} = \alpha \quad \frac{1}{b^2} = \beta$$

$$\alpha x^2 + \beta y^2 = 1$$

passaggio per P $\Rightarrow$ $\alpha + \frac{8}{9}\beta = 1 \Rightarrow \alpha = 1 - \frac{8}{9}\beta$

$$\begin{cases} \left(1 - \frac{8}{9}\beta\right)x^2 + \beta y^2 = 1 \\ x + 6\sqrt{2}y - 9 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \left(1 - \frac{8}{9}\beta\right)(9 - 6\sqrt{2}y)^2 + \beta y^2 - 1 = 0 \\ x = 9 - 6\sqrt{2}y \end{cases}$$

$$\left(1 - \frac{8}{9}\beta\right)(81 - 108\sqrt{2}y + 72y^2) + \beta y^2 - 1 = 0$$

$$81 - 108\sqrt{2}y + 72y^2 - 72\beta + 96\sqrt{2}\beta y - 64\beta y^2 + \beta y^2 - 1 = 0$$

$$(72 - 63\beta)y^2 + (-108\sqrt{2} + 96\sqrt{2}\beta)y + 80 - 72\beta = 0$$

$$(72 - 63\beta)y^2 + 2(48\sqrt{2}\beta - 54\sqrt{2})y + 80 - 72\beta = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 0 \qquad (48\sqrt{2}\beta - 54\sqrt{2})^2 - (72 - 63\beta)(80 - 72\beta) = 0$$

SI PUÒ SEMPLIFICARE DIVIDENDO PER 8

$$4608\beta^2 + 5832 - 10368\beta - 5760 + 5184\beta + 5040\beta - 4536\beta^2 = 0$$

$$4608\beta^2 + 5832 - 10368\beta - 5760 + 5184\beta + 5040\beta - 4536\beta^2 = 0$$

$$72\beta^2 - 144\beta + 72 = 0$$

$$\beta^2 - 2\beta + 1 = 0 \qquad (\beta - 1)^2 = 0 \implies \begin{cases} \beta = 1 \\ \alpha = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$\boxed{\frac{x^2}{9} + y^2 = 1}$$