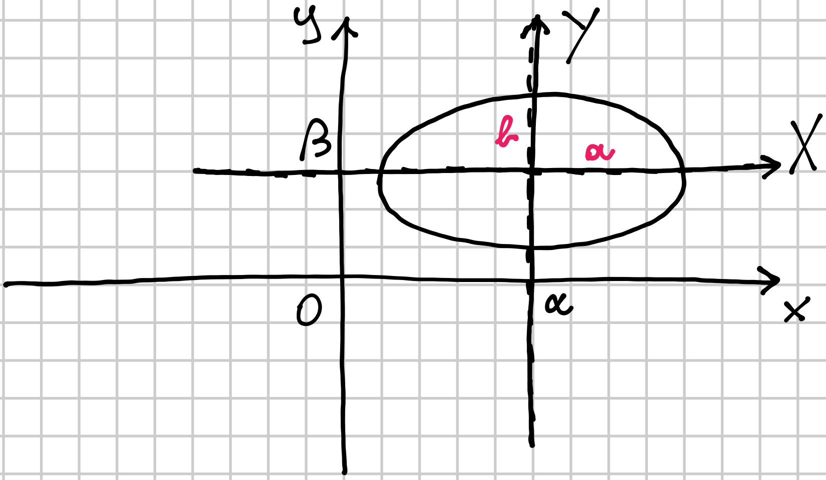
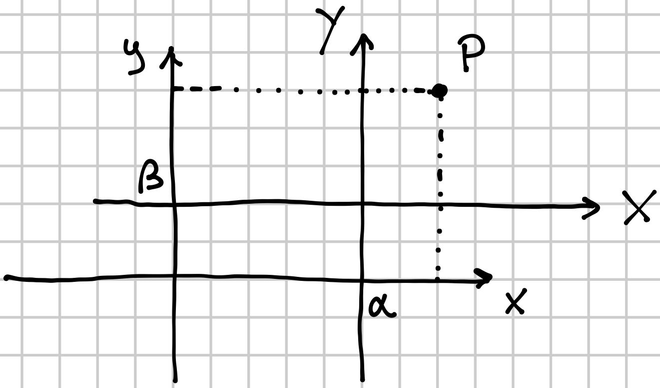
ELLISSE TRASLATA



CENTRO (α, β)
anziché $O(0,0)$
(ellisse con assi // assi cartesiani)

Nel sistema di riferimento X, Y l'ellisse ha equazione $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$

Che equazione ha l'ellisse nel sistema di rif. x, y?



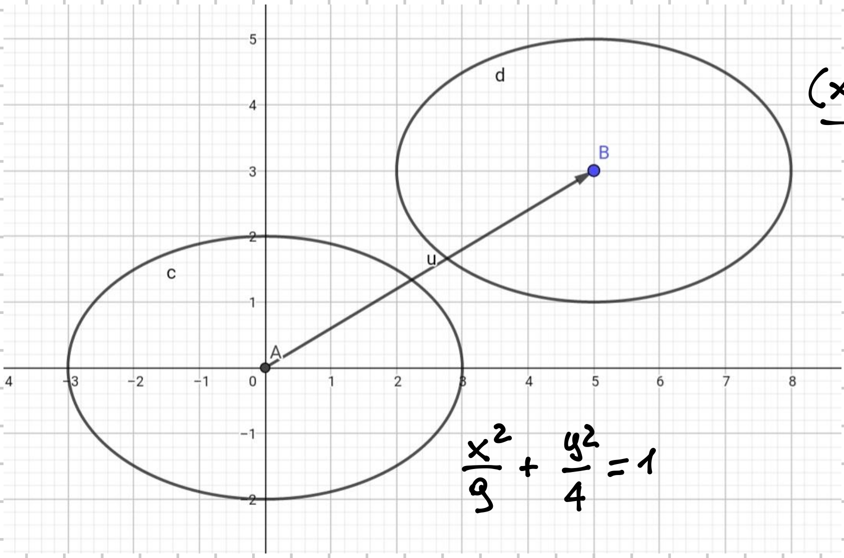
Le coordinate di P sono diverse nei due sistemi di riferimento. Il loro legame è dato da

$$\begin{cases} x = X + \alpha \\ y = Y + \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = x - \alpha \\ Y = y - \beta \end{cases}$$

Nel sistema X, Y $\quad \frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$

$$\Downarrow$$

Nel sistema x, y $\quad \frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$



$$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$$

$$\frac{(x-5)^2}{9}+\frac{(y-3)^2}{4}=1$$

$\vec{u}=(5,3)$ VETTORE DI TRASLAZIONE

209 $9x^2+y^2-18x+4y+12=0$

Stabilire se è un'ellisse traslata

OBIETTIVO = portare questa equazione nella forma $\dfrac{(x-\alpha)^2}{a^2}+\dfrac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$ (se si riesce)

↓ si usa la tecnica del completamento del quadrato:

$$9x^2-18x+y^2+4y+12=0$$

$$9(x^2-2x)+y^2+4y+12=0$$

$$9(x^2-2x+1-1)+y^2+4y+4-4+12=0$$

$$9(x^2-2x+1)-9+(y^2+4y+4)-4+12=0$$

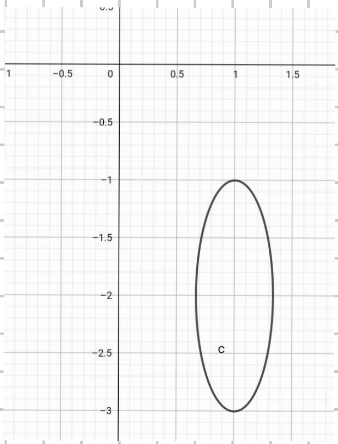
$$9(x-1)^2+(y+2)^2-1=0$$

CENTRO $C(1,-2)$

SEMIASSI $a=\frac{1}{3}$ $b=1$

$$9(x-1)^2+(y+2)^2=1$$

$$\frac{(x-1)^2}{\frac{1}{9}}+(y+2)^2=1$$



210 $4x^2 + 9y^2 + 8x + 18y + 12 = 0$

Stabilire se è un'ellisse

$$4x^2 + 8x + 9y^2 + 18y + 12 = 0$$

$$4(x^2 + 2x) + 9(y^2 + 2y) + 12 = 0$$

$$4(x^2 + 2x + 1 - 1) + 9(y^2 + 2y + 1 - 1) + 12 = 0$$

$$4(x+1)^2 - 4 + 9(y+1)^2 - 9 + 12 = 0$$

$$\boxed{\frac{(x+1)^2}{\frac{1}{4}} + \frac{(y+1)^2}{\frac{1}{9}} = 1}$$

$C(-1, -1)$ $a = \frac{1}{2}$ $b = \frac{1}{3}$