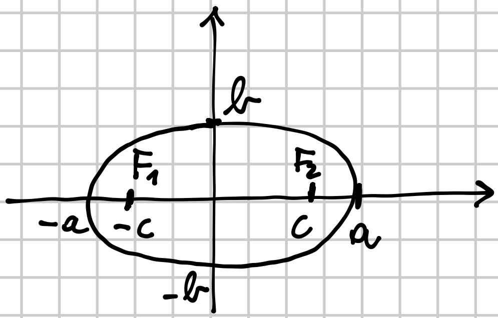
FUOCHI SULL'ASSE x

$a > b$



$c^2 = a^2 - b^2$

$e = \frac{c}{a}$

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

$A_1(-a, 0)$

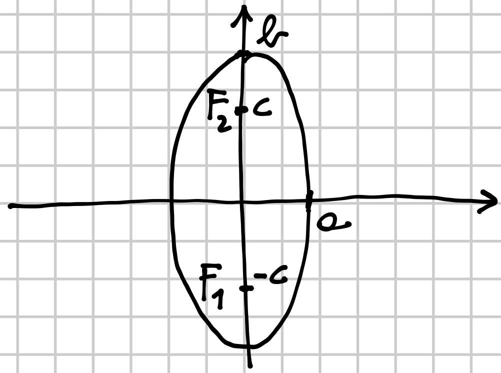
$A_2(a, 0)$

$B_1(0, -b)$

$B_2(0, b)$

FUOCHI SULL'ASSE y

$a < b$



$c^2 = b^2 - a^2$

$e = \frac{c}{b}$

179 Scrivi l'equazione dell'ellisse di eccentricità $e = \frac{\sqrt{5}}{5}$ e avente il semiasse minore $a = 4$.

$\left[\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{20} = 1\right]$

Se il semiasse minore è a, allora i fuochi sono sull'asse y

$\Downarrow$

$e = \frac{c}{b}$

$c^2 = b^2 - a^2$

$$\begin{cases} \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{5}}{5} \\ c^2 = b^2 - \underbrace{16}_{a^2} \end{cases} \qquad \begin{cases} c = \frac{\sqrt{5}}{5} b \\ \frac{5}{25} b^2 = b^2 - 16 \end{cases}$$

$$\frac{1}{5} b^2 - b^2 = -16$$

$$-\frac{4}{5} b^2 = -16 \qquad b^2 = 20$$

L'ellisse ha equazione $\boxed{\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{20} = 1}$

186 Un'ellisse ha un vertice di coordinate $(\sqrt{10}; 0)$ ed è tangente alla retta di equazione $y = 6x - 20$. Qual è la sua equazione? $\left[\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{40} = 1\right]$

In 3 passi

$A_2(\sqrt{10}, 0) \Rightarrow a = \sqrt{10}$ $\qquad \frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $\qquad \frac{1}{b^2} = \beta$

$$\frac{x^2}{10} + \beta y^2 = 1$$

$$x^2 + 10\beta y^2 = 10$$

$$\begin{cases} x^2 + 10\beta y^2 = 10 \\ y = 6x - 20 \end{cases}$$

$$x^2 + 10\beta(6x-20)^2 - 10 = 0$$

$$x^2 + 10\beta(36x^2 + 400 - 240x) - 10 = 0$$

$$x^2 + 360\beta x^2 + 4000\beta - 2400\beta x - 10 = 0$$

$$(1 + 360\beta)x^2 - 2400\beta x + 4000\beta - 10 = 0$$

$\frac{\Delta}{4} = 0$ $\qquad (1200\beta)^2 - (1 + 360\beta)(4000\beta - 10) = 0$

$$1440000\beta^2 - (4000\beta - 10 + 1440000\beta^2 - 3600\beta) = 0$$

$$\cancel{1440000\beta^2} - 4000\beta + 10 - \cancel{1440000\beta^2} + 3600\beta = 0$$

$$-400\beta = -10 \qquad \beta = \frac{1}{40}$$

$$\frac{x^2}{10} + \beta y^2 = 1 \Rightarrow \boxed{\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{40} = 1}$$

187 Dopo aver determinato l'equazione dell'ellisse passante per i punti $A(2; 0)$ e $B\left(1; -\frac{3}{2}\right)$, calcola l'area del triangolo ABC, dove C è il punto di intersezione delle tangenti all'ellisse condotte da A e B.

$\left[\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1; \frac{1}{2}\right]$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

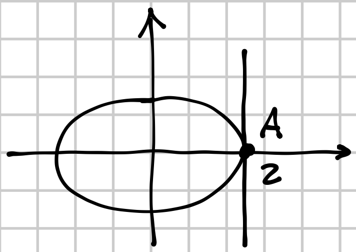
$$\frac{1}{a^2} = \alpha \qquad \frac{1}{b^2} = \beta$$

$$\alpha x^2 + \beta y^2 = 1$$

$$\begin{matrix} A(2,0) \rightarrow \\ B\left(1,-\frac{3}{2}\right) \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} 4\alpha = 1 \\ \alpha + \frac{9}{4}\beta = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} + \frac{9}{4}\beta = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{4} \\ \frac{9}{\cancel{4}}\beta = \frac{3}{\cancel{4}} \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = \frac{1}{4} \\ \beta = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1}$$

TANG. IN $A(2,0)$. Dato che A è un vertice, la tangente è $x = 2$



TANG. IN $B\left(1,-\frac{3}{2}\right)$

$$\begin{cases} y + \frac{3}{2} = m(x-1) \\ 3x^2 + 4y^2 = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} y = mx - m - \frac{3}{2} \\ 3x^2 + 4\left(mx - m - \frac{3}{2}\right)^2 - 12 = 0 \end{cases}$$

$$3x^2 + 4\left(m^2x^2 + m^2 + \frac{9}{4} - 2m^2x - 3mx + 3m\right) - 12 = 0$$

$$3x^2 + 4m^2x^2 + 4m^2 + 9 - 8m^2x - 12mx + 12m - 12 = 0$$

$$(3 + 4m^2)x^2 - 2(4m^2 + 6m)x + 4m^2 + 12m - 3 = 0$$

$$(3+4m^2)x^2 - 2(4m^2+6m)x + 4m^2 + 12m - 3 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 0$$

$$(4m^2+6m)^2 - (3+4m^2)(4m^2+12m-3) = 0$$

$$\cancel{16m^4} + 36m^2 + \cancel{48m^3} - \cancel{12m^2} - 36m + 9 - \cancel{16m^4} - \cancel{48m^3} + \cancel{12m^2} = 0$$

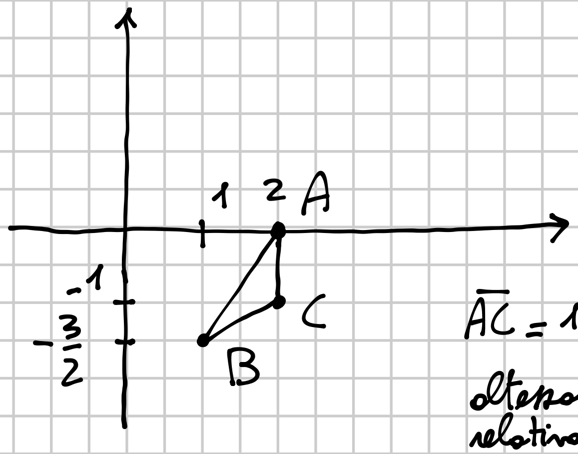
$$36m^2 - 36m + 9 = 0 \qquad 4m^2 - 4m + 1 = 0$$

$$(2m-1)^2 = 0 \implies m = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \qquad y = \frac{1}{2}x - 2$$

$$C = \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{1}{2}x - 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$A(2,0) \quad B\left(1, -\frac{3}{2}\right) \quad C(2,-1)$$



$\overline{AC} = 1$

altezza relativa ad AC $= 1$

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \boxed{\frac{1}{2}}$$