27/4/2022

29 $\dfrac{3^x-2}{2}+\dfrac{9^x-\frac{1}{2}}{3^x}+2>0$ $[x>-1]$

$t=3^x$

$$\frac{t-2}{2}+\frac{t^2-\frac{1}{2}}{t}+2>0$$

$$\frac{t(t-2)+2t^2-1+4t}{2t}>0$$

$$\frac{t^2-2t+2t^2-1+4t}{2t}>0$$

$$\frac{3t^2+2t-1}{\cancel{2t}}>0$$

perché $t=3^x>0\ \forall x$

$3t^2+2t-1>0$

$\frac{\Delta}{4}=1+3=4$

$t=\frac{-1\pm 2}{3}=\begin{cases}-1\\ \frac{1}{3}\end{cases}$

$t<-1 \quad \vee \quad t>\frac{1}{3}$

$3^x<-1 \quad \vee \quad 3^x>\frac{1}{3}$

IMPOSS.

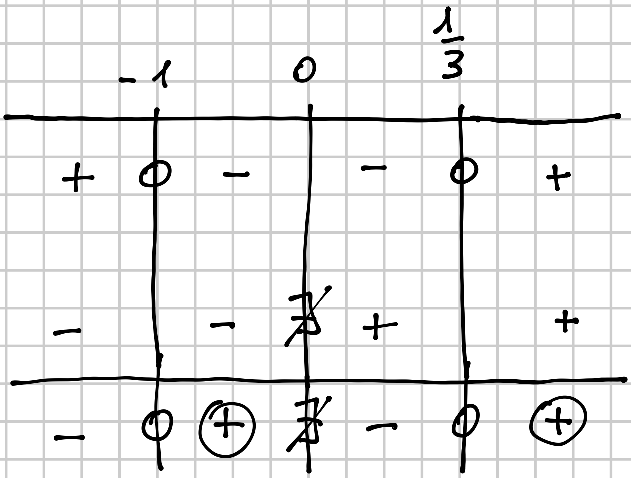
$3^x>3^{-1}$

$\Downarrow$

$\boxed{x>-1}$

Se non avessi semplificato il denominatore ....

N] D] $$\frac{3t^2+2t-1}{\cancel{2}t} > 0$$



N] $3t^2+2t-1>0 \qquad t<-1 \ \vee \ t>\frac{1}{3}$

D] $t>0$

$$-1<t<0 \quad \vee \quad t>\frac{1}{3}$$

$$\Downarrow$$

$$-1<3^x<0 \quad \vee \quad 3^x>\frac{1}{3}$$

IMPOSSIBILE

$$\boxed{x>-1}$$

313 $\frac{\cancel{9}^{1} \cdot 3^{-x}}{9^x + 3^{2x}} > \frac{\cancel{27}^{3}}{2}$ $\left[x < -\frac{1}{3}\right]$

$t = 3^x$

$$\frac{t^{-1}}{t^2 + t^2} > \frac{3}{2} \longrightarrow \frac{1}{t} \cdot \frac{1}{2t^2} > \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\cancel{2}t^3} > \frac{3}{\cancel{2}}$$

$$\frac{1}{t^3} > 3 \Rightarrow t^3 < \frac{1}{3} \quad \text{perché } t > 0$$

$$(3^x)^3 < 3^{-1}$$

$$3^{3x} < 3^{-1}$$

$$3x < -1$$

$$\boxed{x < -\frac{1}{3}}$$

285 Determina l'equazione di un'ellisse, con centro nell'origine e i fuochi sull'asse x, che ha eccentricità $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e passa per il punto $P(-4; -\sqrt{5})$. Calcola l'area del triangolo ABC inscritto nell'ellisse, sapendo che i punti A e B hanno la stessa ascissa del fuoco che si trova sul semiasse positivo delle x e C è il vertice dell'ellisse sul semiasse negativo delle x.

$\left[x^2 + 4y^2 = 36; \frac{9}{2}(2+\sqrt{3})\right]$

$P(-4, -\sqrt{5})$ $\qquad e = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{c}{a}$ perché i fuochi su asse x

$c = \frac{\sqrt{3}}{2} a \qquad b^2 = a^2 - c^2 =$

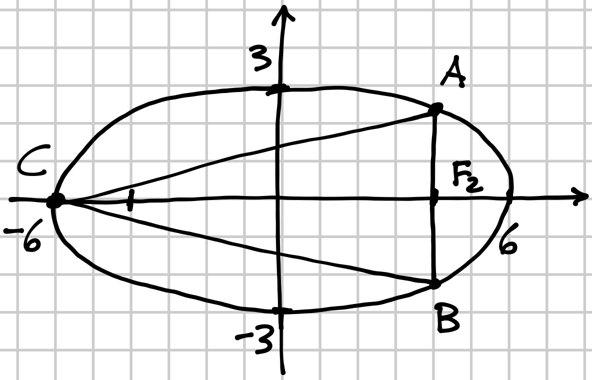
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad = a^2 - \frac{3}{4}a^2 = \frac{1}{4}a^2$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}a^2} = 1 \qquad \frac{x^2}{a^2} + \frac{4y^2}{a^2} = 1 \qquad x^2 + 4y^2 = a^2$

passaggio per $P(-4, -\sqrt{5}) \Rightarrow 16 + 4 \cdot 5 = a^2$

$a^2 = 36$

$\boxed{\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1}$



$F_2(c, 0)$

$c^2 = a^2 - b^2 = 36 - 9 = 27 \qquad c = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

$x = 3\sqrt{3} \rightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1 \qquad \frac{\cancel{27}^{\,3}}{_{4}\cancel{36}} + \frac{y^2}{9} = 1 \qquad \frac{y^2}{9} = 1 - \frac{3}{4}$

$\frac{y^2}{9} = \frac{1}{4} \qquad y = \pm\frac{3}{2}$

$\overline{AB} = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3 \qquad \overline{CF_2} = 6 + 3\sqrt{3}$

$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} 3 \cdot (6 + 3\sqrt{3}) = \boxed{\frac{9}{2}(2+\sqrt{3})}$

287 Determina l'equazione di un'ellisse con centro nell'origine e i fuochi sull'asse x, che ha la somma delle misure degli assi che vale 6 e l'eccentricità uguale a $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Trova quindi l'equazione della tangente nel suo punto di ascissa $\sqrt{3}$ del primo quadrante.

$\left[\frac{x^2}{4}+y^2=1;\ y=-\frac{\sqrt{3}}{2}x+2\right]$

$$2a+2b=6 \qquad e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Downarrow c=\frac{\sqrt{3}}{2}a \qquad b^2=a^2-c^2=a^2-\frac{3}{4}a^2=\frac{1}{4}a^2$$

$$\begin{cases} a+b=3 \\ b^2=\frac{1}{4}a^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a+\frac{1}{2}a=3 \\ b=\frac{1}{2}a \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{3}{2}a=3 \\ b=\frac{1}{2}a \end{cases} \quad \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$$

$$\frac{x^2}{4}+y^2=1$$

$$\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ \frac{x^2}{4}+y^2=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ \frac{3}{4}+y^2=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y^2=1-\frac{3}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y^2=\frac{1}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\pm\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow P\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$$

considero la soluz. + perché I QUADR.

$$\begin{cases} y-\frac{1}{2}=m(x-\sqrt{3}) \\ x^2+4y^2-4=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=mx-\sqrt{3}m+\frac{1}{2} \\ x^2+4\left(mx-\sqrt{3}m+\frac{1}{2}\right)^2-4=0 \end{cases}$$

$$x^2+4\left(m^2x^2+3m^2+\frac{1}{4}-2\sqrt{3}m^2x+mx-\sqrt{3}m\right)-4=0$$

$$x^2+4m^2x^2+12m^2+1-8\sqrt{3}m^2x+4mx-4\sqrt{3}m-4=0$$

$$(1+4m^2)x^2-2(4\sqrt{3}m^2-2m)x+12m^2-4\sqrt{3}m-3=0$$

$$(1+4m^2)x^2 - 2(4\sqrt{3}m^2 - 2m)x + 12m^2 - 4\sqrt{3}m - 3 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 0 \qquad (4\sqrt{3}m^2 - 2m)^2 - (1+4m^2)(12m^2 - 4\sqrt{3}m - 3) = 0$$

$$\cancel{48m^4} + 4m^2 - \cancel{16\sqrt{3}m^3} - (\cancel{12m^2} - 4\sqrt{3}m - 3 + \cancel{48m^4} - \cancel{16\sqrt{3}m^3} - \cancel{12m^2}) = 0$$

$$4m^2 + 4\sqrt{3}m + 3 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 12 - 12 = 0 \qquad (2m + \sqrt{3})^2 = 0$$

$$2m + \sqrt{3} = 0$$

$$m = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y - \frac{1}{2} = m(x - \sqrt{3}) \Rightarrow y - \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}(x - \sqrt{3})$$

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\boxed{y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + 2}$$