16/5/2022

148 Conduci la tangente all'iperbole di equazione $x^2 - 4y^2 = 20$, dal suo punto di ordinata 2 del secondo quadrante.
$[3x + 4y + 10 = 0]$

$y = 2 \rightarrow \quad x^2 - 4y^2 = 20 \qquad x^2 - 16 = 20 \qquad x^2 = 36 \qquad x = \pm 6$

2° QUADRANTE $\quad P(-6, 2)$

$$\begin{cases} y - 2 = m(x+6) & \text{fascio per } P \\ x^2 - 4y^2 = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = mx + 6m + 2 \\ x^2 - 4(mx + 6m + 2)^2 - 20 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 4(m^2x^2 + 36m^2 + 4 + 12m^2x + 4mx + 24m) - 20 = 0$$

$$x^2 - 4m^2x^2 - 144m^2 - 16 - 48m^2x - 16mx - 96m - 20 = 0$$

$$(1 - 4m^2)x^2 - 2(24m^2 + 8m)x + (-144m^2 - 96m - 36) = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 0 \qquad (24m^2 + 8m)^2 - (1 - 4m^2)(-144m^2 - 96m - 36) = 0$$

$$\cancel{576m^4} + 64m^2 + \cancel{384m^3} + \cancel{144m^2} + 96m + 36 - \cancel{576m^4} - \cancel{384m^3} - \cancel{144m^2} = 0$$

$$64m^2 + 96m + 36 = 0$$

$$16m^2 + 24m + 9 = 0$$

$$(4m + 3)^2 = 0 \qquad m = -\frac{3}{4}$$

$$y = -\frac{3}{4}(x + 6) + 2 \qquad y = -\frac{3}{4}x - \frac{9}{2} + 2 \qquad \boxed{y = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{2}}$$

146 $\frac{x^2}{9} - y^2 = 1, \quad P(-2; 0).$

$[x - \sqrt{5}y + 2 = 0; x + \sqrt{5}y + 2 = 0]$

$y - 0 = m(x+2) \qquad \begin{cases} y = mx + 2m \\ x^2 - 9y^2 = 9 \end{cases}$

$x^2 - 9(mx + 2m)^2 - 9 = 0$

$x^2 - 9(m^2x^2 + 4m^2 + 4m^2x) - 9 = 0$

$x^2 - 9m^2x^2 - 36m^2 - 36m^2x - 9 = 0$

$(1 - 9m^2)x^2 - 36m^2x - 36m^2 - 9 = 0$

$(18m^2)^2 - (1 - 9m^2)(-36m^2 - 9) = 0$

$\cancel{324m^4} + 36m^2 + 9 - \cancel{324m^4} - 81m^2 = 0$

$-45m^2 = -9 \qquad m^2 = \frac{1}{5} \qquad m = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}$

$y = mx + 2m$

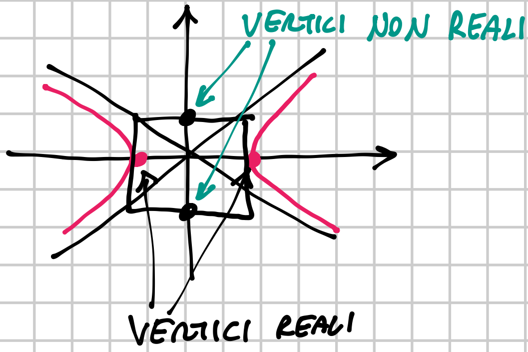
$m = -\frac{1}{\sqrt{5}} \implies y = -\frac{1}{\sqrt{5}}x - \frac{2}{\sqrt{5}}$

$m = \frac{1}{\sqrt{5}} \implies y = \frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}$

$$\boxed{\begin{array}{c} x + \sqrt{5}y + 2 = 0 \\ x - \sqrt{5}y + 2 = 0 \end{array}}$$

169 Trova l'equazione dell'iperbole avente un vertice reale in $(\sqrt{5}; 0)$ e passante per $\left(-\frac{5}{2}; -1\right)$.

$$\left[\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1\right]$$



$A_2(\sqrt{5}, 0)$

fuochi sull'asse x

$a = \sqrt{5}$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

impongo il passaggio per il punto $\left(-\frac{5}{2}, -1\right)$

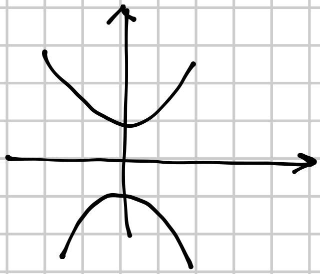
$$\frac{\frac{25}{4}}{5} - \frac{1}{b^2} = 1$$

$$\frac{\cancel{25}^{\,5}}{4} \cdot \frac{1}{\cancel{5}} - \frac{1}{b^2} = 1$$

$$\frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{b^2} \qquad \frac{1}{4} = \frac{1}{b^2} \Rightarrow b^2 = 4$$

$$\boxed{\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1}$$

188 Un'iperbole di equazione $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ ha eccentricità $e = \frac{\sqrt{7}}{2}$ e passa per $(-6; 2\sqrt{15})$. Calcola i valori di a e di b. $[a = 3; b = 2\sqrt{3}]$



eccentricità

$e = \frac{c}{b}$ $\qquad \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{7}}{2}$ $\qquad c = \frac{\sqrt{7}}{2} b$

$a^2 + b^2 = c^2$

$a^2 + b^2 = \frac{7}{4} b^2$

$a^2 = \frac{7}{4} b^2 - b^2$

$a^2 = \frac{3}{4} b^2$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$

$\Downarrow$

$\frac{4x^2}{3b^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$

$\frac{4}{3} x^2 - y^2 = -b^2$ $\leftarrow$ passaggio per $(-6, 2\sqrt{15})$

$\frac{4}{3}(-6)^2 - (2\sqrt{15})^2 = -b^2$

$-b^2 = 48 - 60$ $\qquad b^2 = 12$ $\qquad a^2 = \frac{3}{4} \cdot 12 = 9$

$b = 2\sqrt{3}$ $\qquad a = 3$

eq. iperbole $\boxed{\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{12} = -1}$