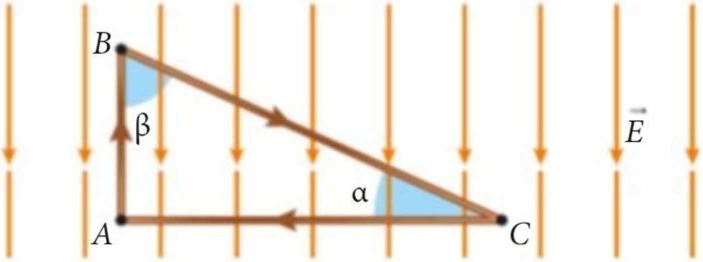
27/11/2021

68 ◆◆◆ Considera il campo elettrico $\vec{E}$ uniforme rappresentato nella figura.



▶ Calcola esplicitamente la circuitazione del campo elettrico lungo il percorso orientato chiuso descritto dal triangolo rettangolo ABC. [0]

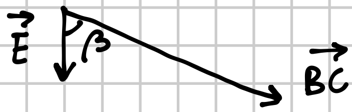
$$\Gamma_{ABCA}(\vec{E}) = \sum_{A\to B} \vec{E}\cdot\Delta\vec{\ell}_i + \sum_{B\to C} \vec{E}\cdot\Delta\vec{\ell}_i + \sum_{C\to A} \vec{E}\cdot\Delta\vec{\ell}_i =$$

$$= \vec{E}\cdot\sum_{A\to B}\Delta\vec{\ell}_i + \vec{E}\cdot\sum_{B\to C}\Delta\vec{\ell}_i + \vec{E}\cdot\sum_{C\to A}\Delta\vec{\ell}_i =$$

$$= \vec{E}\cdot\overrightarrow{AB} + \vec{E}\cdot\overrightarrow{BC} + \vec{E}\cdot\overrightarrow{CA} =$$

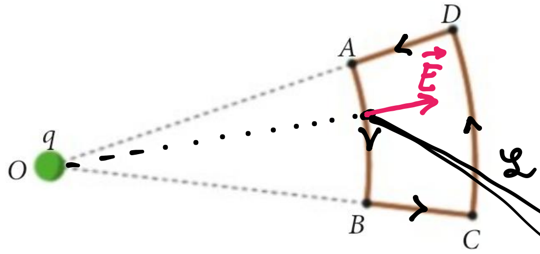
$$= -E\,\overline{AB} + E\,\overbrace{\overline{BC}\cdot\cos\beta}^{\overline{AB}} + 0 =$$

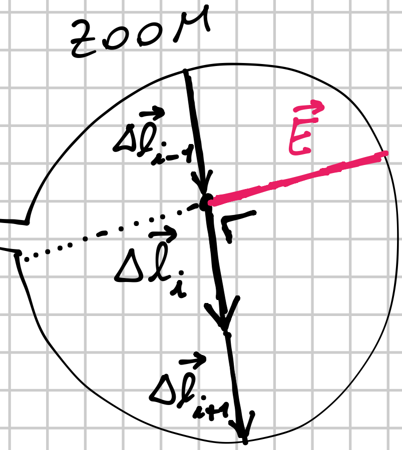
perché $\vec{E} \perp \overrightarrow{CA}$



$$= -E\,\overline{AB} + E\,\overline{AB} = 0$$

69 Una carica puntiforme $q = 2{,}0 \times 10^{-8}$ C è posta nel vuoto nel punto O. Considera il percorso chiuso $ABCD$ mostrato nella figura, dove AB e CD sono archi di circonferenza centrati in O, $\overline{OA} = \overline{OB} = 6{,}0$ m e $\overline{OD} = \overline{OC} = 8{,}0$ m.





▶ Verifica che la circuitazione del campo elettrico generato dalla carica lungo il percorso chiuso $ABCD$ è nullo, calcolando esplicitamente i contributi alla circuitazione nei tratti AB, BC, CD, DA.

[0; 7,5 V; 0; −7,5 V]

$$\Gamma_{\mathcal{L}}(\vec{E}) = \overbrace{\sum_{A}^{B} \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{l}_i}^{0} + \underbrace{\sum_{B}^{C} \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{l}_i}_{-\Delta V = \, = V_B - V_C} + \overbrace{\sum_{C}^{D} \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{l}_i}^{0} + \underbrace{\sum_{D}^{A} \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{l}_i}_{-\Delta V = \, = V_D - V_A}$$

$\vec{E}_i \perp \Delta\vec{l}_i$

TRATTO BC $\Rightarrow$ $\displaystyle\sum_{B}^{C} \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{l}_i = V_B - V_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\overline{OB}} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\overline{OC}} =$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\overline{OB}} - \frac{1}{\overline{OC}}\right) =$$

$$= (2{,}0 \times 10^{-8}\ \mathrm{C})\left(8{,}99 \times 10^{9}\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right)\left(\frac{1}{6{,}0\ \mathrm{m}} - \frac{1}{8{,}0\ \mathrm{m}}\right) =$$

$$= 0{,}7491\ldots \times 10\ \mathrm{V} \simeq \boxed{7{,}5\ \mathrm{V}}$$

TRATTO DA $\Rightarrow$ $\displaystyle\sum_{D}^{A} \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{l}_i = V_D - V_A = V_C - V_B = -0{,}749\ldots \times 10\ \mathrm{V}$

$$\simeq \boxed{-7{,}5\ \mathrm{V}}$$

72 ◆◆◆ Due cariche, $q_1 = 6{,}0 \times 10^{-9}$ C e $q_2 = -6{,}0 \times 10^{-9}$ C, sono fissate in due punti A e B che distano tra loro 1,0 m. Una terza carica $q_3 = 4{,}0 \times 10^{-9}$ C si trova nel punto C della figura, situato 30 cm a destra di B. Il punto D si trova 20 cm a destra di C.

▶ Calcola il lavoro compiuto sulla carica q_3 quando si sposta da C a D.

[$-2{,}7 \times 10^{-7}$ J]

$$W_{C\to D} = -q\,\Delta V = q\,(V_C - V_D)$$

$$V_C = k_0 \frac{q_1}{\overline{AB}+\overline{BC}} + k_0 \frac{q_2}{\overline{BC}} =$$

$$= \left(8{,}99 \times 10^9 \ \frac{N \cdot m^2}{C^2}\right)\left[\frac{6{,}0 \times 10^{-9}\ C}{1{,}3\ m} + \frac{-6{,}0 \times 10^{-9}\ C}{0{,}30\ m}\right] = -138{,}307\ldots\ V$$

$$V_D = k_0 \left[\frac{q_1}{\overline{AB}+\overline{BD}} + \frac{q_2}{\overline{BD}}\right] =$$

$$= \left(8{,}99 \times 10^9 \ \frac{N \cdot m^2}{C^2}\right)\left[\frac{6{,}0 \times 10^{-9}\ C}{1{,}5\ m} + \frac{-6{,}0 \times 10^{-9}\ C}{0{,}50\ m}\right] = -71{,}92\ V$$

$$W_{C\to D} = q\,(V_C - V_D) = (4{,}0 \times 10^{-9}\ C)(-138{,}307\ldots\ V + 71{,}92\ V) =$$

$$= -265{,}548\ldots \times 10^{-9}\ J \simeq \boxed{-2{,}7 \times 10^{-7}\ J}$$