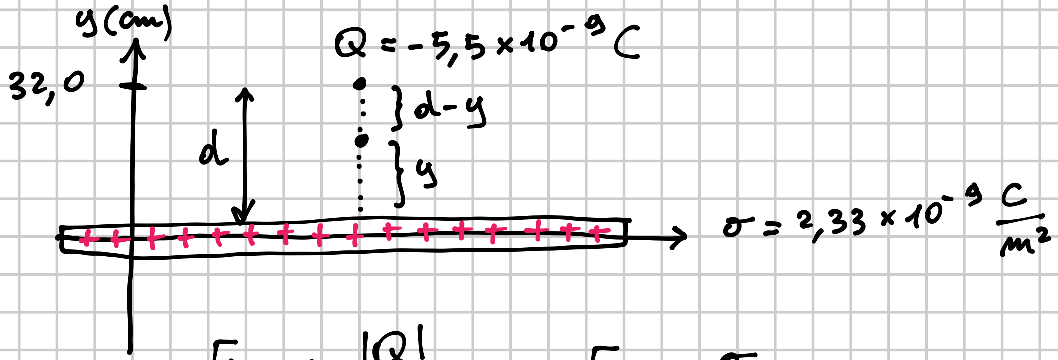
4 Una superficie piana orizzontale è ricoperta uniformemente da cariche elettriche positive, con densità superficiale di carica $\sigma = 2{,}33\ \text{nC/m}^2$. Al di sopra della superficie si trova una carica puntiforme $Q = -5{,}5\ \text{nC}$, a distanza $d = 32{,}0$ cm da essa. Usa le espressioni standard dei potenziali elettrici riportate nella teoria, l'equazione **[11]** per la superficie piana e l'equazione **[13]** per la carica puntiforme.

- Il potenziale elettrico totale si annulla in qualche punto della retta *s* perpendicolare alla superficie e passante per la carica *Q*? Se sì, in quali?
- Un elettrone è fermo sulla retta s tra la superficie e la carica Q, a 6,00 cm dalla superficie. Calcola il potenziale elettrico nel punto in cui si trova l'elettrone.
- L'elettrone viene spostato di 4,00 cm verso la carica Q da una forza esterna. Calcola il lavoro compiuto dalla forza esterna nell'ipotesi che al termine dello spostamento l'elettrone sia nuovamente fermo.
- Supponi che la forza esterna compia un lavoro pari a ~~−37,0~~ 42,8 eV quando l'elettrone compie lo stesso spostamento del quesito precedente. Qual è la velocità dell'elettrone quando ha percorso i 4,0 cm?

[−198 V; +6,4 × 10^{-18} J; 1,0 × 10^6 m/s]



$$E_Q = k_0 \frac{|Q|}{r^2} \qquad E_\sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

1) $$V_Q(y) = k_0 \frac{Q}{|d-y|} \qquad V_\sigma(y) = -E|y|$$

$$V = V_Q + V_\sigma = \underbrace{k_0 \frac{Q}{|d-y|}}_{<0} \underbrace{-E|y|}_{<0} < 0 \quad \forall y$$ quindi non si annulla per nessun valore di y

2) $$V(6{,}00\ \text{cm}) = \left[8{,}99 \times 10^9 \frac{-5{,}5 \times 10^{-9}}{26{,}0 \times 10^{-2}} - \frac{2{,}33 \times 10^{-9}}{2 \cdot 8{,}854 \times 10^{-12}} \cdot (6{,}00 \times 10^{-2})\right] V =$$

$$= -198{,}067\ldots\ V \simeq \boxed{-198\ V}$$

3) Nel tragitto dell'elettrone agiscono la forza esterna e la forza elettrica, che possono essere diverse. Dato che all'inizio e alla fine l'elettrone è fermo, la variazione di energia cinetica è 0.

Dal teorema dell'energia cinetica si ha:

$$\underset{\overset{\shortparallel}{0}}{\Delta K} = W_{f.el.} + W_{f.est.} \Rightarrow W_{f.est.} = -W_{f.el.} = -(-q\Delta V) =$$

le forze sono diverse, ma il lavoro di una è uguale all'opposto del lavoro dell'altra (lavoro complessivo nullo)

$$= q\Delta V =$$
$$= -e\,(V_{fin.} - V_{in.})$$

$$V(10{,}00\ \text{cm}) = \left[8{,}99\times10^{9}\,\frac{-5{,}5\times10^{-9}}{22{,}0\times10^{-2}} - \frac{2{,}33\times10^{-9}}{2\cdot 8{,}854\times10^{-12}}\cdot(10{,}00\times10^{-2})\right]V =$$

$$= -237{,}9078\ldots\ V$$

$$W_{f.est.} = -e\,(V_{fin.} - V_{in.}) = -(1{,}602\times10^{-19}\ C)(-237{,}9078\ldots\ V + 198{,}067\ldots\ V) =$$

$$= 63{,}824\ldots\times10^{-19}\ J \simeq 6{,}4\times10^{-18}\ J$$

4) $W_{TOT.} = \underbrace{W_{f.st.}}_{>0} + \underbrace{W_{f.el.}}_{<0 \text{ (calcolato prima)}} = \Delta K = K_{fin} - \underbrace{K_{in.}}_{=0}$

$$K_{fin.} = \frac{1}{2} m v^2 = W_{f.st.} + W_{f.el.}$$

$$v = \sqrt{\frac{2\left(W_{f.st.} + W_{f.el.}\right)}{m}} = \sqrt{\frac{2\left(42{,}8 \times 1{,}602 \times 10^{-19} - 63{,}824 \times 10^{-19}\right)}{9{,}11 \times 10^{-31}}}\ \frac{m}{s}$$

$$= 1{,}020\ldots \times 10^{6}\ \frac{m}{s} \simeq \boxed{1{,}0 \times 10^{6}\ \frac{m}{s}}$$