28/1/2022

50 ◆◆◆

PROBLEMA A PASSI

Il diossido di titanio è un materiale isolante con una costante dielettrica relativa pari a 45 e una rigidità dielettrica di 8,3 kV/mm.
Le armature di un condensatore piano hanno un'area di 29 cm^2 e sono separate da diossido di titanio. Il condensatore è progettato per sopportare differenze di potenziale fino a 6,0 kV.

▶ Quanto vale la sua capacità massima teoricamente raggiungibile?

[1,6 nF]

1. Partendo dalla rigidità dielettrica, determina il minimo valore della distanza tra le armature.
2. Sulla base del risultato ottenuto, calcola il valore della massima capacità richiesta.

$$\Delta V = E_{MAX} \cdot d$$

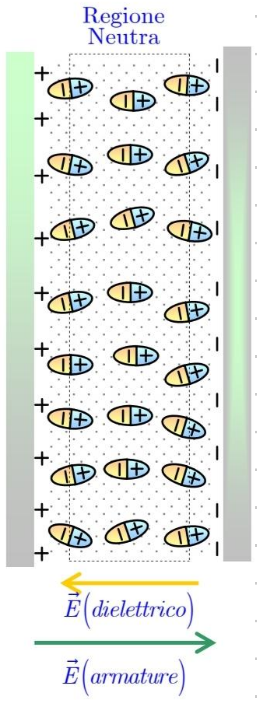
$$\Downarrow$$

$$d = \frac{\Delta V}{E_{MAX}}$$

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S \cdot E_{MAX}}{\Delta V} =$$

$$= \left(8{,}854 \times 10^{-12} \frac{F}{m}\right)(45) \frac{(29 \times 10^{-4}\ m^2)\left(8{,}3 \times 10^6 \frac{V}{m}\right)}{6{,}0 \times 10^3\ V} =$$

$$= 15\,983{,}\ldots \times 10^{-13}\ F \simeq 1{,}6 \times 10^{-9}\ F = \boxed{1{,}6\ nF}$$



Nello spazio fra le armature ci dev'essere aria?

Nella realtà si è soliti porre fra le armature, al posto dell'aria, uno strato di dielettrico, il quale si polarizza, e come si è visto a suo tempo, ha l'effetto di indebolire di un fattore $1/\epsilon_r$, a parità di carica localizzata, il valore del campo $\vec{E}$ nello spazio interposto. Infatti, la tendenza delle molecole del dielettrico a deformarsi, o allinearsi lungo la direzione del campo, lascia neutra la regione interna e produce l'equivalente di uno strato superficiale di carica. Questo origina un campo aggiuntivo $\vec{E}_p$ che si sovrappone, con direzione opposta, ad $\vec{E}_0$, riducendo l'intensità del campo risultante: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$. Se lo spazio di separazione è omogeneamente riempito, si osserva sperimentalmente che, indipendentemente dalla carica Q localizzata sulle armature, il rapporto $\left|\vec{E}_0\right|/\left|\vec{E}\right| = \epsilon_r$ è legato unicamente al tipo di materiale dielettrico utilizzato. Il valore numerico di questo rapporto, $\epsilon_r > 1$, prende il nome di *costante dielettrica del mezzo*. Fra le armature avremo quindi un campo di intensità:

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{\left|\vec{E}_0\right|}{\epsilon_r} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r}.$$

Con il dielettrico interposto la capacità del condensatore aumenta

$C = \dfrac{Q}{\Delta V}$ a parità di ΔV posso accumulare più carica sulle armature

54 ◆◆◆ **ORA PROVA TU** Un fascio di elettroni con velocità iniziale orizzontale di $1{,}8 \times 10^7$ m/s attraversa le piastre di un condensatore lunghe 5,0 cm. Al condensatore è applicata una differenza di potenziale di 45 V e la deviazione causata agli elettroni all'uscita dalle armature è di 3,0 mm dall'asse orizzontale.

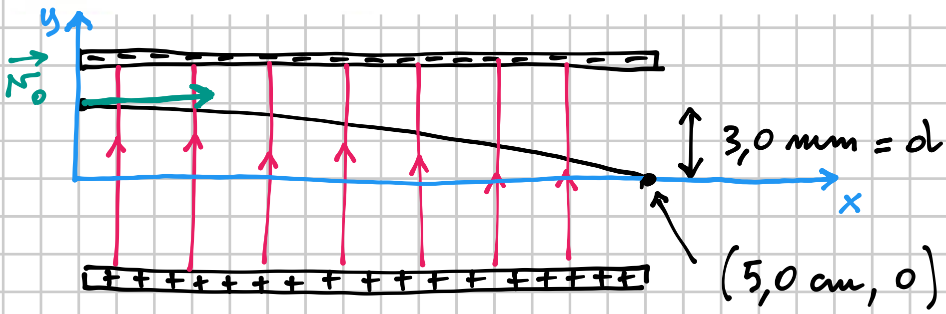
▸ Determina il valore del campo elettrico all'interno del condensatore.

[$4{,}4 \times 10^3$ V/m]

$$m_e \vec{a} = \overbrace{(-e)}^{q}\vec{E}$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{a} = -\frac{e}{m_e}\vec{E}$$



$$\vec{a} = \left(0, -\frac{eE}{m_e}\right) = (0, a_y)$$

$$\vec{v} = (v_0, a_y \cdot t) \qquad \vec{s} = \left(v_0 t, \frac{1}{2}a_y t^2 + d\right) =$$

$$= \begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + d \end{cases} \qquad \begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y = \frac{1}{2}a_y\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 + d \end{cases}$$

$y = \dfrac{a_y}{2v_0^2}x^2 + d$ questa parabola passa per il punto (5,0 cm, 0)

$$a_y = \frac{(y-d)\,2v_0^2}{x^2} \qquad -\frac{eE}{m_e} = \frac{(y-d)\,2v_0^2}{x^2}$$

$$E = \frac{m_e(d-y)\,2v_0^2}{e x^2} = \frac{(9{,}11\times10^{-31})(3{,}0\times10^{-3})\,2\,(1{,}8\times10^{7})^2}{(1{,}602\times10^{-19})(5{,}0\times10^{-2})^2}\ \frac{V}{m} =$$

SOSTITUISCO
(5,0 cm, 0)

$$= 4{,}421\ldots \times 10^3\ \frac{V}{m} \simeq \boxed{4{,}4\times10^3\ \frac{V}{m}}$$