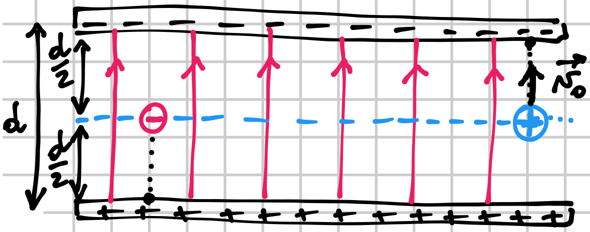
1/2/2022

58 Tra le armature di un condensatore viene applicata una differenza di potenziale di 300 V. In un certo istante di tempo, un elettrone e un protone, situati in due punti equidistanti dalle armature, iniziano a muoversi rispettivamente verso l'armatura positiva e verso quella negativa. Il protone possiede una velocità iniziale v_0, mentre l'elettrone parte da fermo. Si osserva che le due particelle giungono in corrispondenza dell'armatura nello stesso istante t.

▶ Calcola la velocità iniziale del protone.

[3,63 × 10⁶ m/s]



$\Delta V = 300\ V$

$E = \frac{\Delta V}{d}$

ELETTRONE FORZA $eE = m_e a_e \Rightarrow a_e = \frac{eE}{m_e} = \frac{e\Delta V}{m_e d}$

legge del moto dell'elettrone $\underset{\text{SPOSTAMENTO}}{\Delta s} = \frac{1}{2} a_e t^2$

$\Downarrow$

t = istante in cui l'elettrone raggiunge l'armatura $\frac{d}{2} = \frac{1}{2} a_e t^2$

PROTONE FORZA $eE = m_p a_p \Rightarrow a_p = \frac{eE}{m_p} = \frac{e\Delta V}{m_p d}$

legge del moto del protone $\Delta s = \frac{1}{2} a_p t^2 + v_0 t$

$\Downarrow$

t = istante in cui il protone raggiunge l'armatura $\frac{d}{2} = \frac{1}{2} a_p t^2 + v_0 t$

$$\overbrace{\frac{d}{2} = \frac{1}{2} a_e t^2}^{1^a\text{ equazione}} = \underbrace{\frac{1}{2} a_p t^2 + v_0 t}_{2^a\text{ equazione}}$$

$$\frac{d}{\cancel{2}} = \frac{1}{\cancel{2}} \frac{e\Delta V}{m_e d} t^2$$

$$t^2 = \frac{d^2 m_e}{e\Delta V} \qquad t = d\sqrt{\frac{m_e}{e\Delta V}}$$

$$\frac{1}{2} a_e t^2 = \frac{1}{2} a_p t^2 + v_0 t \qquad t^2 = \frac{d^2 m_e}{e \Delta V} \qquad t = d\sqrt{\frac{m_e}{e\Delta V}}$$

$$\frac{1}{2} a_e \frac{d^2 m_e}{e\Delta V} = \frac{1}{2} a_p \frac{d^2 m_e}{e\Delta V} + v_0 d \sqrt{\frac{m_e}{e\Delta V}}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\cancel{e\Delta V}}{\cancel{m_e}\cancel{d}} \cdot \frac{\cancel{d^2}\cancel{m_e}}{\cancel{e\Delta V}} = \frac{1}{2} \frac{\cancel{e\Delta V}}{m_p \cancel{d}} \cdot \frac{\cancel{d^2} m_e}{\cancel{e\Delta V}} + v_0 \cancel{d} \sqrt{\frac{m_e}{e\Delta V}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \frac{m_e}{m_p} + v_0 \sqrt{\frac{m_e}{e\Delta V}}$$

$$v_0 \sqrt{\frac{m_e}{e\Delta V}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{m_e}{m_p}$$

$$v_0 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{m_e}{m_p}\right)\sqrt{\frac{e\Delta V}{m_e}} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{9{,}11 \times 10^{-31}}{1{,}67 \times 10^{-27}}\right)\sqrt{\frac{(1{,}602 \times 10^{-19})(300)}{9{,}11 \times 10^{-31}}} \ \frac{m}{s}$$

$$= 3{,}6296\ldots \times 10^6 \ \frac{m}{s} \simeq \boxed{3{,}63 \times 10^6 \ \frac{m}{s}}$$