INTERFERENZA DI DUE ONDE ARMONICHE

5/5/2022

Siano date 2 onde armoniche descritte da

$$y_1 = a\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right]$$

$$y_2 = a\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \phi_0\right]$$

stessa ampiezza a
stessa lunghezza d'onda λ

$$y = y_1 + y_2 = a\left[\cos\overbrace{\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right]}^{\alpha} + \cos\overbrace{\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \phi_0\right]}^{\beta}\right] =$$

FORMULA DI PROSTAFERESI

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

DIMOSTRAZIONE

$$\cos\alpha + \cos\beta = \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{\alpha-\beta}{2}\right) + \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2} - \frac{\alpha-\beta}{2}\right) =$$

$$= \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) - \cancel{\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)} +$$

$$+ \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) + \cancel{\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)} =$$

$$= 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$y = y_1 + y_2 = a\left[\cos\overbrace{\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right]}^{\alpha} + \cos\overbrace{\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \phi_0\right]}^{\beta}\right] =$$

$$= a\left[2\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \frac{\phi_0}{2}\right] \cdot \cos\frac{\phi_0}{2}\right] =$$

$$= \underbrace{2a\cos\frac{\phi_0}{2}}_{\text{AMPIEZZA DELL'ONDA RISULTANTE}} \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \underbrace{\frac{\phi_0}{2}}_{\text{FASE INIZIALE}}\right] =$$

$$= A\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \phi_0'\right] \quad \text{dove} \quad A = 2a\cos\frac{\phi_0}{2}, \quad \phi_0' = \frac{\phi_0}{2}$$

Se $\phi_0 = 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$, allora $\quad |A| = |2a\cos k\pi| = 2a$

(ONDE IN FASE)

Se $\phi_0 = (2k+1)\pi \quad k \in \mathbb{Z}$, allora $\quad |A| = \left|2a\cos\frac{2k+1}{2}\pi\right| =$

(ONDE IN OPPOSIZIONE DI FASE)

$$= \left|2a\cos\left(k\pi + \frac{\pi}{2}\right)\right| = 0$$

Scrivere l'equazione d'onda risultante nel caso in cui le 2 fasi iniziali sono ϕ_1 e ϕ_2

$$y_1 = a \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \phi_1\right]$$

$$y_2 = a \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \phi_2\right]$$

$$y = y_1 + y_2 = a\left[2\cos\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right]\right] =$$

$$= 2a\cos\frac{\Delta\phi}{2}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right]$$

$A = 2a\cos\frac{\Delta\phi}{2}$ AMPIEZZA (MODULO)

Se $\Delta\phi = 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$ $\qquad |A| = 2a$ INTERF. COSTRUTTIVA

IN FASE

Se $\Delta\phi = (2k+1)\pi \quad k \in \mathbb{Z}$ $\qquad$ INTERF. DISTRUTTIVA

IN OPPOSIZIONE DI FASE

71 Un punto di un'onda oscilla secondo l'equazione $y = (2{,}5\ \text{m})\cos(\pi t)$.

- Calcola il periodo di oscillazione.
- Quanto vale la fase iniziale dell'onda?
- Che cosa indica il coefficiente 2,5 m?

[2 s; 0 rad]

$$y = a\cos(\omega t + \phi_0) \qquad a = 2{,}5\ \text{m} \qquad \phi_0 = 0\ \text{rad}$$

$$\omega = \pi\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}}\ \text{s} = 2\ \text{s}$$

$a = 2{,}5$ m è l'ampiezza

72 Un'onda armonica che si propaga su una corda ha un'ampiezza di 5,2 cm. All'istante $t = 0$ s, lo spostamento verso l'alto della corda di un punto P vale 2,2 cm. La fase iniziale dell'onda è negativa.

- Determina il valore della fase iniziale

[−65°]

$a = 5{,}2$ cm fissato x_P $y_P(t = 0\ \text{s}) = 2{,}2$ cm

$$y = a\cos(\omega t + \phi_0)$$

$$y(0) = a\cos(\phi_0) = 2{,}2\ \text{cm}$$

$$\Downarrow$$

$$(5{,}2\ \text{cm})\cdot\cos\phi_0 = 2{,}2\ \text{cm}$$

$$\cos\phi_0 = \frac{2{,}2}{5{,}2}$$

$$\phi_0 = \pm \arccos\left(\frac{2{,}2}{5{,}2}\right) \Rightarrow \phi_0 = -64{,}97\ldots^\circ$$

$$\simeq -65^\circ$$

75 ◆◆◆ **ORA PROVA TU** Marta tiene l'estremità di una fune e la agita verticalmente, producendo un'onda armonica che si estende complessivamente per 30 cm lungo la direzione verticale. Il capo della fune tenuto da Marta passa dal punto più alto ogni 1,5 s. La fase iniziale dell'onda all'istante $t = 0$ s è zero.

- ▶ Calcola l'ampiezza, la frequenza, e la pulsazione dell'onda armonica generata.
- ▶ Scrivi l'equazione dell'onda armonica in un punto fissato $y(t)$ e disegnane il grafico.

[0,15 m; 0,67 Hz; 4,2 rad/s]

$$a = \frac{30\ cm}{2} = 15\ cm = \boxed{0,15\ m}$$

$$T = 1,5\ s$$

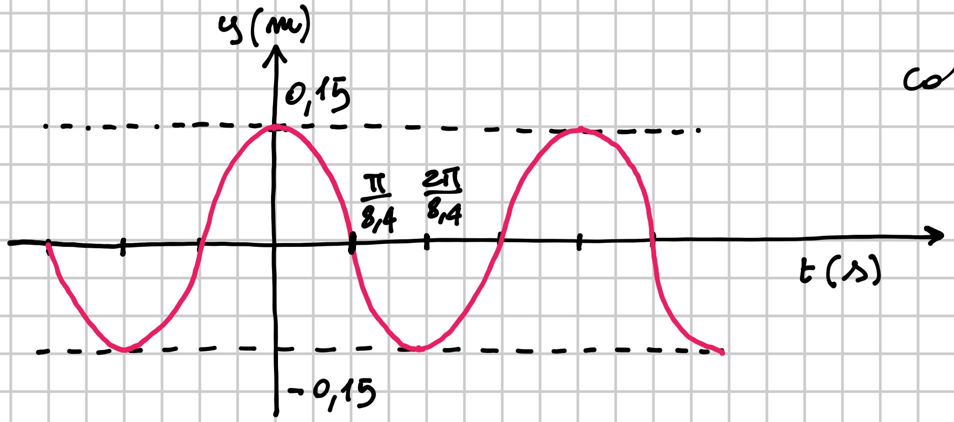
$$\Downarrow$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,5}\ s^{-1} = 0,6666\ldots\ Hz \simeq \boxed{0,67\ Hz}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1,5}\ \frac{rad}{s} = 4,1887\ldots\ \frac{rad}{s} \simeq \boxed{4,2\ \frac{rad}{s}}$$

$$y(t) = (0,15\ m)\cdot\cos\left[\left(4,2\ \frac{rad}{s}\right)t\right]$$

o, per semplicità $\quad y = 0,15\cdot\cos(4,2\cdot t)$



$$\cos(4,2\cdot t) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$4,2\cdot t = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$t = \frac{\pi}{8,4} + k\,\frac{\pi}{4,2}$$

96 ◆◆◆ **TROVA LA FORMULA** Due onde armoniche di ampiezza a = 30 cm e uguale frequenza si propagano su una fune, e si sovrappongono in un punto fissato, con equazioni d'onda:

$$y_1 = a\cos(10t)$$
$$y_2 = a\cos(10t + \pi/3)$$

▶ Scrivi la funzione d'onda risultante e calcola in quali istanti di tempi l'onda armonica risultante si annulla.

[$(k+1/3)\,\pi/10$ s]

$$y_1 = a\cos(10t)$$

$$y_2 = a\cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y_1 + y_2 = 2a\cos\frac{\pi}{6}\cdot\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= \cancel{2}a\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) = \left(0{,}30\sqrt{3}\ m\right)\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$$

si annulla se

$$\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \implies 10t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$10t = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} + k\pi$$

$$10t = \frac{\pi}{3} + k\pi$$

$$\boxed{t = \frac{\pi}{30} + k\frac{\pi}{10}}$$