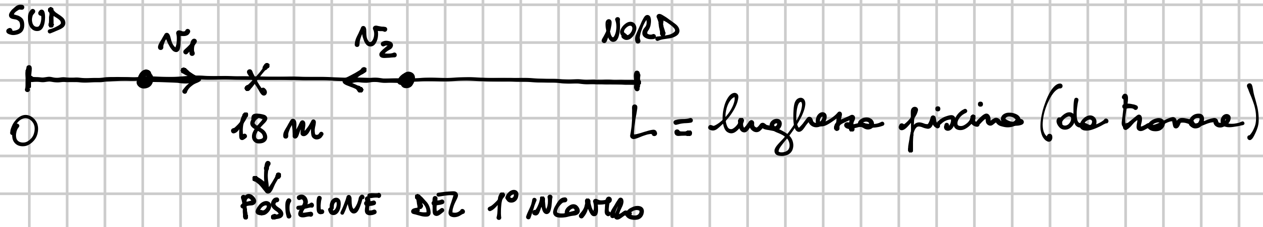
14/11/2022

116 **FISICA & MATEMATICA** Due ragazze si allenano in piscina: si tuffano insieme dagli estremi opposti della vasca e procedono a velocità costante. Giunte in fondo, invertono il percorso e continuano a nuotare, ciascuna sempre con la propria velocità iniziale. Il loro primo incontro avviene a 18 m dall'estremo sud della vasca e il secondo, dopo che entrambe hanno fatto inversione, a 21 m dall'estremo nord.

▶ Quanto è lunga la vasca?

[33 m]

Dividiamo il tragitto delle due ragazze in PRIMA VASCA e SECONDA VASCA



v_1 = velocità 1ª ragazza (che parte da SUD)

v_2 = velocità 2ª ragazza (che parte da NORD)

PRIMA VASCA

$$\begin{cases} s = v_1 t & \text{legge oraria della 1}^a \\ s = L - v_2 t & \text{legge oraria della 2}^a \end{cases}$$

Risolvendo il sistema si trova $\begin{cases} s = v_1 t \\ v_1 t = L - v_2 t \end{cases}$ $\begin{cases} s = v_1 t \\ v_1 t + v_2 t = L \end{cases}$

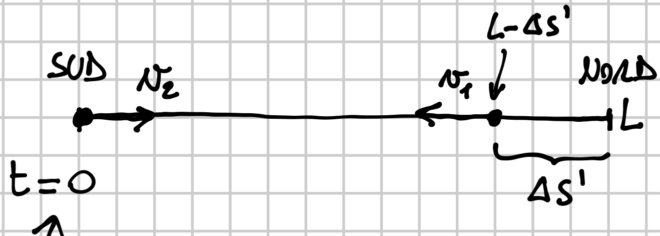
$\begin{cases} s = v_1 t \\ t(v_1 + v_2) = L \end{cases}$ $\begin{cases} s = \dfrac{v_1}{v_1+v_2} L \\ t = \dfrac{L}{v_1+v_2} \end{cases}$ ma $s = 18$ m, quindi $\boxed{18\text{ m} = \dfrac{v_1}{v_1+v_2} L}$

La 1ª ragazza tocca il bordo NORD all'istante $t = \dfrac{L}{v_1}$

la 2ª ragazza tocca il bordo SUD all'istante $t = \dfrac{L}{v_2}$

Nell'analisi del tragitto della SECONDA VASCA dobbiamo considerare 2 casi:

1) $v_1 \geq v_2$: allora la 1ª ragazza partita da SUD tocca il bordo NORD <u>prima</u> che la 2ª ragazza partita da NORD tocchi il bordo SUD (e infatti $\frac{L}{v_1} \leq \frac{L}{v_2}$)



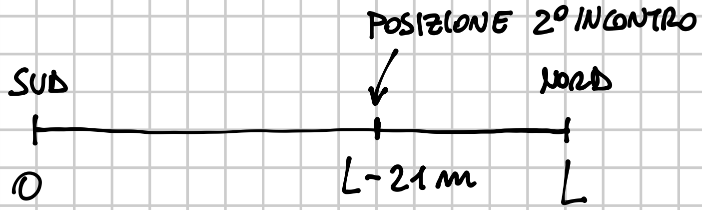
in questo caso, quando la 2ª ragazza riparte da SUD, la 1ª sarà già ripartita da NORD e avrà già percorso un tratto $\Delta S'$ pari a

$$\Delta S' = v_1 \cdot \underbrace{\left(\frac{L}{v_2} - \frac{L}{v_1}\right)}_{\Delta t' = \text{differenza tra gli istanti in cui le ragazze toccano i bordi}} = \frac{v_1}{v_2} L - L = L\left(\frac{v_1}{v_2} - 1\right)$$

Facciamo ripartire il cronometro e scriviamo le <u>nuove</u> leggi del moto per le due ragazze, relative alla SECONDA VASCA

$$\begin{cases} S = L - \Delta S' - v_1 t = L - L\left(\frac{v_1}{v_2} - 1\right) - v_1 t = L - \frac{v_1}{v_2} L + L - v_1 t = 2L - \frac{v_1}{v_2} L - v_1 t \\ S = v_2 t \end{cases}$$

Dunque, dato che la posizione del 2° incontro è $S = L - 21\,m$, si ha



$$L - 21 = v_2 t \implies t = \frac{L-21}{v_2}$$

(2ª equazione)

e $v_2 t = 2L - \frac{v_1}{v_2} L - v_1 t$

(uguagliando le 2 equazioni)

sostituendo $t = \frac{L-21}{v_2}$ si trova:

$$\cancel{v_2}\left(\frac{L-21}{\cancel{v_2}}\right) = 2L - \frac{v_1}{v_2} L - v_1\left(\frac{L-21}{v_2}\right)$$

$$L - 21 = 2L - \frac{v_1}{v_2} L - \frac{v_1}{v_2} L + 21 \frac{v_1}{v_2} \implies -L - 21 = -\frac{v_1}{v_2}\left(L + L - 21\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{L + 21 = \frac{v_1}{v_2}(2L - 21)} \quad (*)$$

Applichiamo la precedente $18 = \frac{v_1}{v_1 + v_2} L$ e cerchiamo di ricavare $\frac{v_1}{v_2}$

$$\Rightarrow \frac{v_1 + v_2}{v_1} = \frac{L}{18} \Rightarrow 1 + \frac{v_2}{v_1} = \frac{L}{18} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{L}{18} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{L - 18}{18} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{18}{L - 18}$$ e sostituiamo:

$$L + 21 = \frac{18}{L - 18}(2L - 21)$$ risolviamo questa equazione nell'incognita L

$$(L + 21)(L - 18) = 18(2L - 21)$$

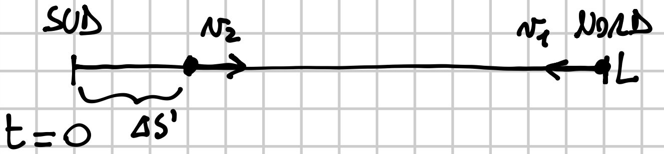
$$L^2 - 18L + 21L - \cancel{378} = 36L - \cancel{378}$$

$$L^2 - 33L = 0 \qquad L(L - 33) = 0$$

$L = 0$ NON ACC.

$$\boxed{L = 33\ m}$$

2) $v_1 \leq v_2$: allora la 1ª ragazza partita da SUD tocca il bordo NORD <u>dopo</u> che la 2ª ragazza partita da NORD tocchi il bordo SUD (e infatti $\frac{L}{v_1} \geq \frac{L}{v_2}$)



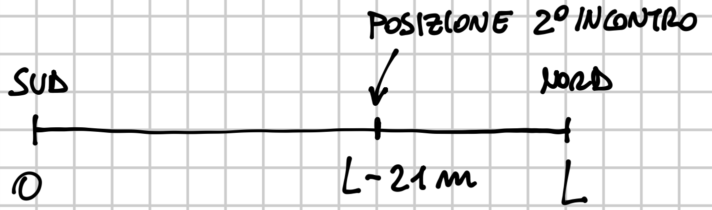
in questo caso, quando la 1ª ragazza riparte da NORD, la 2° sarà già ripartita da SUD e avrà già percorso un tratto $\Delta S'$ pari a

$$\Delta S' = v_2 \underbrace{\left(\frac{L}{v_1} - \frac{L}{v_2}\right)}_{\Delta t'} = \frac{v_2}{v_1} L - L = L\left(\frac{v_2}{v_1} - 1\right)$$

$\Delta t'$ = differenza tra gli istanti in cui le ragazze toccano i bordi

Facciamo ripartire il cronometro e scriviamo le <u>nuove</u> leggi del moto per le due ragazze, relative alla SECONDA VASCA

$$\begin{cases} S = L - v_1 t \\ S = \Delta S' + v_2 t \end{cases}$$



Dunque, dato che la posizione del 2° incontro è $S = L - 21\,m$, si ha

$$\cancel{L} - 21 = \cancel{L} - v_1 t \implies t = \frac{21}{v_1}$$
(1ª equazione)

e $L - v_1 t = \Delta S' + v_2 t$

(uguagliando le 2 equazioni)

sostituendo $t = \frac{21}{v_1}$ si trova:

$$L - \cancel{v_1} \cdot \frac{21}{\cancel{v_1}} = \Delta S' + v_2 \cdot \frac{21}{v_1} \implies L - 21 = L\left(\frac{v_2}{v_1} - 1\right) + \frac{v_2}{v_1} \cdot 21$$

$$\implies L - 21 = L\frac{v_2}{v_1} - L + 21\frac{v_2}{v_1} \implies \boxed{2L - 21 = \frac{v_2}{v_1}(L + 21)}$$

che è ancora la (*) (per vederlo moltiplicare per $\frac{v_1}{v_2}$)

Ripetendo tutto il ragionamento precedente si trova ancora $\boxed{L = 33\,m}$