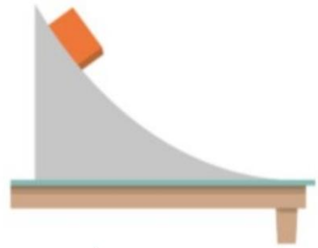
5 **TROVA LA STRATEGIA** Un piccolo blocco di massa $m = 1{,}0$ kg scende senza attrito lungo una rampa di massa $M = 2{,}2$ kg, che a sua volta può muoversi senza attrito su un tavolo orizzontale.

All'inizio il blocco e la rampa sono fermi; durante la discesa, il baricentro del blocco si sposta di 91 cm verso il basso. La rampa è sagomata in modo da essere tangente al piano nella sua parte più bassa e fa sì che la velocità finale del blocco sia orizzontale.

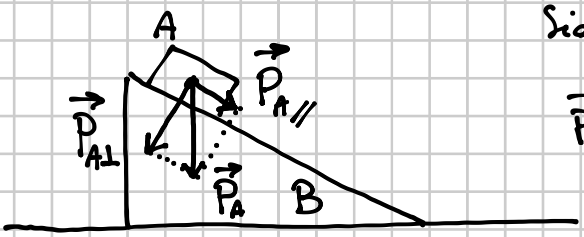
▶ Determina le velocità finali del blocco e della rampa.

[3,5 m/s; –1,6 m/s]



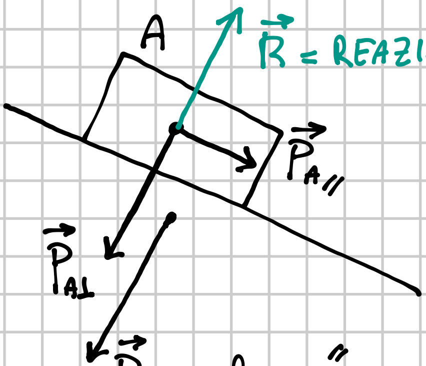
Suggerimento
Una componente della quantità di moto si conserva.

<u>PREMESSA</u>: vediamo che in un caso simile la risultante delle forze esterne ha componente verticale non nulla (quindi lungo la verticale non c'è conservazione della quantità di moto)



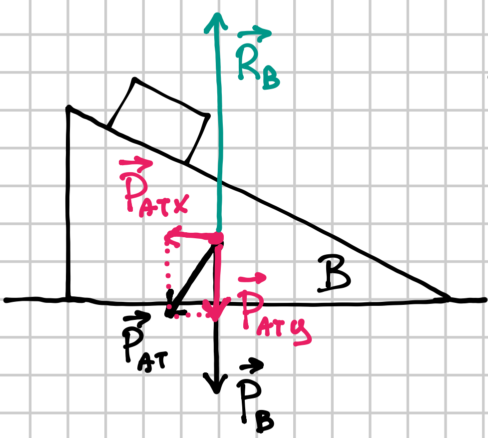
Sia A che B possono scorrere senza attrito

$\vec{P}_A$ = peso del blocco A



$\vec{R}$ = REAZIONE VINCOLARE (uguale e opposta a $\vec{P}_{AT}$)

$\vec{P}_{AT}$ = forza "trasmessa", spinta che sente il piano d'appoggio, dovuta al contatto di A, e pari a $\vec{P}_{A\perp}$



Su B agiscono le forze $\vec{P}_B$ e $\vec{P}_{AT}$

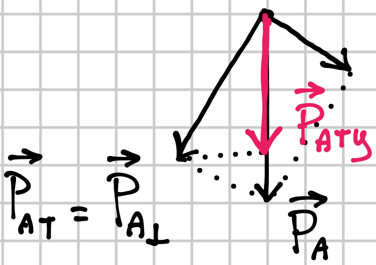
Scomponiamo $\vec{P}_{AT}$ nei componenti $\vec{P}_{ATx}$ e $\vec{P}_{ATy}$

$\vec{P}_{ATx}$ è responsabile del moto di B verso sinistra

$\vec{P}_{ATy}$ concorre a spingere B verticalmente.

La reazione del tavolo su B è uguale e contraria alla somma di $\vec{P}_{ATy} + \vec{P}_B$ (che verrà "trasmessa" al tavolo)

Osserviamo che $P_{ATy} < P_A$. Infatti:



Dunque la reazione vincolare R_B è minore della somma $P_A + P_B$.

Le forze esterne al sistema A+B sono $\vec{P}_A, \vec{P}_B, \vec{R}_B$ e agiscono tutte verticalmente. Siccome la loro risultante non è nulla, in verticale non si ha conservazione della quantità di moto.

Orizzontalmente, invece, si ha conservazione della quantità di moto poiché non ci sono forze esterne orizzontali.

Applichiamo la conservazione della quantità di moto orizzontale

$v_{A_1} = 0 \qquad v_{B_1} = 0$ (velocità orizzontali, cioè le componenti orizzontali delle velocità)

$p_1 = 0$ quantità di moto (orizzontale) iniziale

$p_2 = m v_{A_2} + M v_{B_2}$ quantità di moto (orizz.) finale

$\Rightarrow \qquad m v_{A_2} + M v_{B_2} = 0$ (conserv. della quant. di moto)

Applichiamo il teorema di conservazione dell'en. meccanica:

$$\mathcal{E}_{A+B}^{(INIZIALE)} = \mathcal{E}_{A+B}^{(FINALE)}$$

$$m g \underbrace{h}_{31\,cm} = \frac{1}{2} m v_{A_2}^2 + \frac{1}{2} M v_{B_2}^2$$

$$\begin{cases} m v_A + M v_B = 0 \\ m g h = \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} M v_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_B = -\frac{m}{M} v_A \\ \cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} v_A^2 + \frac{1}{2} \cancel{M} \frac{m^{\cancel{2}}}{M^{\cancel{2}}} v_A^2 \end{cases}$$

$$g h = \frac{1}{2} v_A^2 + \frac{1}{2} \frac{m}{M} v_A^2$$

$$g h = \frac{M v_A^2 + m v_A^2}{2M}$$

$$v_A^2 \frac{M+m}{2M} = g h$$

$$v_A^2 = \frac{2Mgh}{M+m}$$

velocità positiva perché il blocco si muove verso destra

$$\xrightarrow{} v_A = \sqrt{\frac{2Mgh}{M+m}} = \sqrt{\frac{2\,(2{,}2\ \mathrm{kg})\left(9{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)(0{,}91\ \mathrm{m})}{3{,}2\ \mathrm{kg}}} =$$

$$= 3{,}5017\ldots\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \simeq \boxed{3{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

$$v_B = -\frac{m}{M} v_A = -\frac{1{,}0\ \mathrm{kg}}{2{,}2\ \mathrm{kg}}\left(3{,}5017\ldots\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) = -1{,}591\ldots\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\simeq \boxed{-1{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$