96 Un meteorite di massa 10,0 kg colpisce la superficie terrestre.

▶ Quanto vale la sua energia potenziale gravitazionale rispetto al centro della Terra?

[$-6{,}25 \times 10^8$ J]

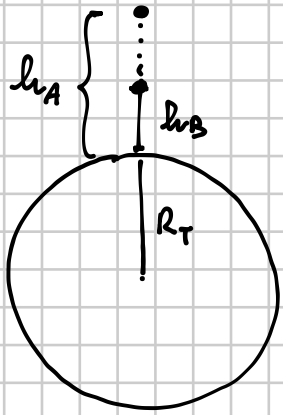
$$U = -G\frac{M_T m}{R_T} = -\left(6{,}67\times 10^{-11}\ \frac{N\cdot m^2}{kg^2}\right)\frac{(5{,}97\times 10^{24}\ kg)(10{,}0\ kg)}{6{,}37\times 10^{6}\ m} =$$

$$= -6{,}251\ldots \times 10^8\ J \simeq \boxed{-6{,}25\times 10^8\ J}$$

99 **ORA PROVA TU** Un satellite di massa $m = 1{,}00 \times 10^3$ kg, viene condotto da un'altitudine $h_A = 1{,}00 \times 10^6$ m dalla superficie terrestre a un'altitudine $h_B = 8{,}00 \times 10^4$ m, perché si disintegri nell'atmosfera.

▶ Quale lavoro compie la forza gravitazionale della Terra sul satellite?

▶ Si ottiene una risposta accettabile, se si approssima la forza gravitazionale con la forza-peso a cui sarebbe sottoposto il satellite sul suolo terrestre? [$7{,}71 \times 10^9$ J]



$$W_{A\to B} = -\Delta U = U_A - U_B =$$

$$= -G\frac{M_T m}{R_T + h_A} - \left(-G\frac{M_T m}{R_T + h_B}\right) =$$

$$= G M_T m\left[\frac{1}{R_T + h_B} - \frac{1}{R_T + h_A}\right] =$$

$$= (6{,}67\times 10^{-11})(5{,}97\times 10^{24})(1{,}00\times 10^{3})\left[\frac{1}{6{,}37+0{,}08} - \frac{1}{6{,}37+1{,}00}\right]\times 10^{-6}\ J$$

$h_B = 8{,}00\times 10^4\ m = 0{,}0800\times 10^6\ m$

$h_A = 1{,}00\times 10^6\ m$

$R_T = 6{,}37\times 10^6\ m$

$$= 0{,}7706\ldots \times 10^{10}\ J \simeq \boxed{7{,}71\times 10^9\ J}$$

Se usassi la formula dell'en. potenziale nei pressi della superficie terrestre:

$$W_{A\to B} = mg(h_A - h_B) = (1{,}00\times 10^3\ kg)\left(9{,}8\ \frac{m}{s^2}\right)\left[(1{,}00 - 0{,}08)\times 10^6\ m\right] = 9{,}016\ \times 10^9\ J$$

MOLTO DIVERSO DAL PREC.

NON ACCETTABILE

103 ◆◆◆ Un satellite artificiale della massa di $3{,}78 \times 10^4$ kg percorre attorno alla Terra un'orbita circolare che dura 10,3 h. Grazie all'azione dei razzi, esso viene poi portato su una seconda orbita circolare con una durata di 15,2 h.

▸ Calcola il lavoro compiuto dalla forza gravitazionale della Terra durante il cambio di orbita del satellite. (Considera costante la massa del satellite.)

$[-1{,}43 \times 10^{11}\ \text{J}]$

3° LEGGE DI KEPLERO

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G M_T}{4\pi^2}$$

$$\Downarrow$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}}$$

$$W_{A \to B} = U_A - U_B = -G\frac{M_T m}{r_A} + G\frac{M_T m}{r_B} =$$

↓ per il fatto che la forza gravitazionale è conservativa, il lavoro non dipende dalla traiettoria percorsa per passare da un'orbita all'altra

$$= G M_T m \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) =$$

$$= G M_T m \left(\sqrt[3]{\frac{4\pi^2}{G M_T T_B^2}} - \sqrt[3]{\frac{4\pi^2}{G M_T T_A^2}}\right) =$$

$$= G M_T m \sqrt[3]{\frac{4\pi^2}{G M_T}} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{T_B^2}} - \frac{1}{\sqrt[3]{T_A^2}}\right) = m \sqrt[3]{G^2 M_T^2 4\pi^2} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{T_B^2}} - \frac{1}{\sqrt[3]{T_A^2}}\right) =$$

$$= (3{,}78 \times 10^4) \sqrt[3]{(6{,}67^2 \times 10^{-22})(5{,}97^2 \times 10^{48}) 4\pi^2} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{15{,}2^2 \times 3600^2}} - \frac{1}{\sqrt[3]{10{,}3^2 \times 3600^2}}\right) \text{J} =$$

$$= -0{,}14316\ldots \times 10^{12}\ \text{J} \simeq \boxed{-1{,}43 \times 10^{11}\ \text{J}}$$