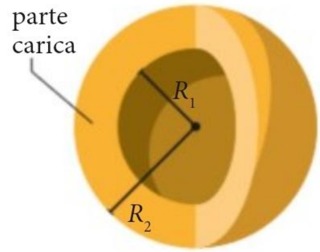
23/11/2022

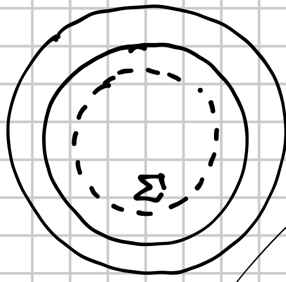
97 Una carica Q è distribuita in una sfera cava come quella rappresentata nella figura: la carica è distribuita nella regione di spazio compresa tra la superficie sferica interna, di raggio R_1, e quella esterna, di raggio R_2. Lo spazio racchiuso dalla sfera interna è invece privo di carica. Determina l'espressione del campo elettrico:



- nella parte interna cava;
- nel guscio sferico;
- all'esterno della sfera.

[0 N/C; $k_0 Q(r^3 - R_1^3)/[r^2(R_2^3 - R_1^3)]$; $k_0 Q/r^2$]

1) NELLA PARTE INTERNA CAVA NON CI SONO CARICHE:



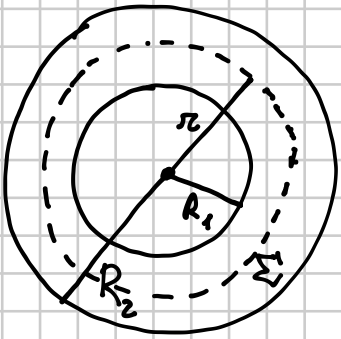
Σ superficie sferica interna

$\Phi_\Sigma = 0$ per il TH. GAUSS

$\Phi_\Sigma = E \cdot \underbrace{4\pi R_1^2}_{\text{Area della superficie sferica}}$

confrontando trovo che $E = 0$

2) ALL'INTERNO DELLA PARETE DEL GUSCIO SFERICO



Prendo una superficie sferica Σ di raggio r concentrica alle altre due, con $R_1 < r < R_2$

Applico il teorema di Gauss: $\Phi_\Sigma = \dfrac{Q_{TOT\,\Sigma}}{\varepsilon_0}$ contenuta fra Σ e la superficie interna (raggio R_1)

per definizione di flusso $\Phi_\Sigma = E \cdot 4\pi r^2$

Per confronto $E \cdot 4\pi r^2 = \dfrac{Q_{TOT.}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \dfrac{Q_{TOT.\,\Sigma}}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$

Trovo il volume del guscio sferico iniziale:

$V = V_2 - V_1 = \frac{4}{3}\pi R_2^3 - \frac{4}{3}\pi R_1^3 = \frac{4}{3}\pi (R_2^3 - R_1^3)$

volume sfera 2 volume sfera 1

Trovo il volume del guscio sferico interno delimitato da Σ:

$$V_\Sigma = \frac{4}{3}\pi\left(r^3 - R_1^3\right)$$

$$Q : V = Q_{tot\,\Sigma} : V_\Sigma$$

$$Q_{tot\,\Sigma} = Q \cdot \frac{V_\Sigma}{V} = Q \, \frac{\cancel{\frac{4}{3}\pi}\left(r^3 - R_1^3\right)}{\cancel{\frac{4}{3}\pi}\left(R_2^3 - R_1^3\right)} = Q \, \frac{r^3 - R_1^3}{R_2^3 - R_1^3}$$

Infine:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \frac{r^3 - R_1^3}{R_2^3 - R_1^3} \qquad R_1 \leq r \leq R_2$$

3) ALL'ESTERNO DEL GUSCIO:

tutto va come se la carica totale Q fosse concentrata nel centro

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \qquad r > R_2$$