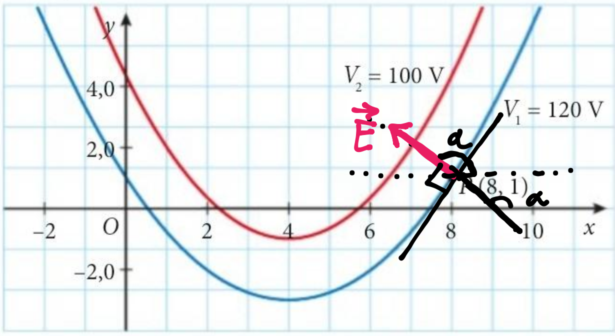
86 In una regione di spazio è presente un campo elettrico non uniforme. Le curve nella figura mostrano due superfici equipotenziali.



Nel piano cartesiano xy le due superfici si riducono a due curve, che sono l'intersezione tra il piano e le superfici. I punti con potenziale elettrico $V_1 = 120$ V nel piano xy sono descritti dalla funzione

$$y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 1$$

Nel punto P il modulo della componente del campo elettrico che giace sul piano xy è $E_{xy} = 26{,}8$ V/m

▸ Calcola le componenti E_x ed E_y del campo elettrico in P.

Suggerimento: Ricorda la relazione tra la direzione del campo elettrico e le superfici equipotenziali. Che angolo formano E_{xy} e la retta tangente alla curva in P? [−24,0 V/m; 12,0 V/m]

$\vec{E}$ è diretto perpendicolarmente alla superficie equipotenziale, nel verso di decrescenza del potenziale

$$\vec{E} = (E\cos\alpha, E\sin\alpha)$$

Trovo la retta tangente alla parabola $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 1$ nel punto $P(8,1)$

$$\begin{cases} y - 1 = m(x-8) & \text{retta per } P \\ y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{4}x^2 - 2x \cancel{+1} \cancel{-1} = mx - 8m$$

$$\frac{1}{4}x^2 - 2x - mx + 8m = 0$$

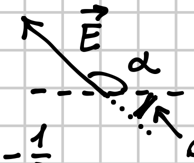
$$\frac{1}{4}x^2 - (m+2)x + 8m = 0$$

$$\Delta = 0 \qquad (m+2)^2 - 8m = 0 \qquad m^2 + 4 + 4m - 8m = 0$$

$$m^2 - 4m + 4 = 0 \qquad (m-2)^2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

La retta su cui giace $\vec{E}$ è la retta per P di coeff. angolare $-\frac{1}{2}$

L'angolo α ha tangente $-\frac{1}{2}$



$\Rightarrow \tan\alpha = -\frac{1}{2} \qquad \alpha = \pi + \arctan\left(-\frac{1}{2}\right)$

$\arctan\left(-\frac{1}{2}\right)$

COMPONENTI CARTESIANE DI $\vec{E}$

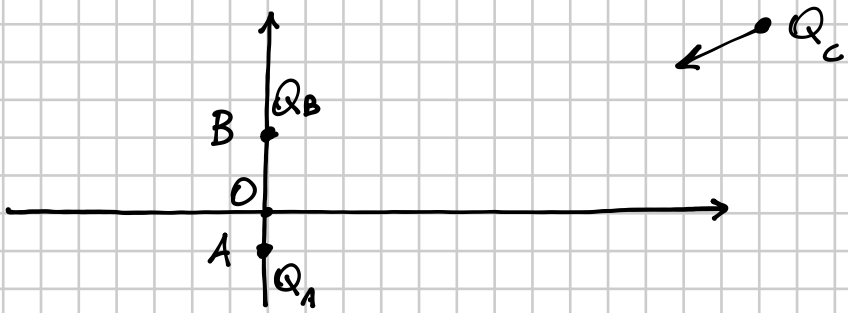
$$E_x = E\cdot\cos\alpha = \left(26{,}8\ \frac{V}{m}\right)\cdot\cos\left(\pi + \arctan\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = -23{,}97\ldots\ \frac{V}{m} \simeq -24{,}0\ \frac{V}{m}$$

$$E_y = E\cdot\sin\alpha = \left(26{,}8\ \frac{V}{m}\right)\cdot\sin\left(\pi + \arctan\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = 11{,}98\ldots\ \frac{V}{m} \simeq 12{,}0\ \frac{V}{m}$$

1 Due cariche puntiformi $Q_A = 4{,}1$ nC e $Q_B = -Q_A$ sono collocate nel piano cartesiano, rispettivamente, nei punti $A(0; -a)$ e $B(0; 2a)$, in cui $a = 14{,}0$ cm.

▸ Calcola il lavoro minimo che una forza esterna deve compiere per portare una terza carica $Q_C = 2{,}9$ nC, proveniente da molto lontano, fino all'origine O del piano cartesiano.

[$3{,}8 \times 10^{-7}$ J]



LAVORO MINIMO

$$W_{F.EST.} = W_{F.ELETTRICA}$$

per portare Q_C in O

per portare Q_C da O all'∞

$\parallel$

$U_{AC} + U_{BC}$ quando Q_C È IN O

$$W_{F.EST.} = U_{AC} + U_{BC} =$$

$$= K_0 \frac{Q_A Q_C}{\overline{AO}} + K_0 \frac{Q_B Q_C}{\overline{BO}} =$$

$$= K_0 Q_C \left(\frac{Q_A}{\overline{AO}} + \frac{Q_B}{\overline{BO}} \right) = \left(8{,}99 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}\right)\left(2{,}9 \times 10^{-9} C\right)\left[\left(\frac{4{,}1}{14{,}0} - \frac{4{,}1}{28{,}0}\right) \times 10^{-7} \frac{C}{m}\right] =$$

$$= 3{,}817\ldots \times 10^{-7}\ J \simeq \boxed{3{,}8 \times 10^{-7}\ J}$$