SOVRAPPOSIZIONE DI DUE ONDE ARMONICHE

(STESSA AMPIEZZA a, STESSA FREQUENZA ...)

$$y_1 = a \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi_1\right] \qquad y_2 = a\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi_2\right]$$

$$y_1 + y_2 = ?$$

FORMULA DI PROSTAFERESI

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

DIMOSTRAZIONE

$$\cos\alpha + \cos\beta = \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{\alpha-\beta}{2}\right) + \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{\beta-\alpha}{2}\right) =$$

$\sin(-x) = -\sin x$

$$= \cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} - \cancel{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}} + \cos\frac{\alpha+\beta}{2}\underbrace{\cos\frac{\beta-\alpha}{2}}_{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}} - \cancel{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\underbrace{\sin\frac{\beta-\alpha}{2}}_{-\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}} =$$

$\cos(-x) = \cos x$

$$= 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Applichiamo la formula di prost. a $y_1 + y_2$

$$y_1 + y_2 = a\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi_1\right] + a\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \varphi_2\right] =$$

$$= a \cdot 2\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)\cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) =$$

$$= 2a\cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right]$$

$A = 2a\cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$ (AMPIEZZA $\Rightarrow |A|$)

$\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$ FASE INIZIALE

1) $\cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = 0 \Rightarrow$ INTERF. DISTRUTTIVA $\quad \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \pi + 2k\pi$

$= (2k+1)\pi$

ONDE IN OPPOSIZIONE DI FASE — la diff. delle fasi iniziali è multiplo dispari di π

$$A = 2a\cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}$$

$|A| = 1$ $\Rightarrow$ INTERF. COSTRUTTIVA $\quad \cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = \pm 1$ $\quad$ ONDE IN FASE

$(A = \pm 1)$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = k\pi \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = 2k\pi$$

diff. delle fasi iniziali è multiplo pari di π

96 **TROVA LA FORMULA** Due onde armoniche di ampiezza a = 30 cm e uguale frequenza si propagano su una fune, e si sovrappongono in un punto fissato, con equazioni d'onda:

$$y_1 = a\cos(10t)$$
$$y_2 = a\cos(10t + \pi/3)$$

▸ Scrivi la funzione d'onda risultante e calcola in quali istanti di tempi l'onda armonica risultante si annulla.

[$(k + 1/3)\,\pi/10$ s]

$$y = y_1 + y_2 = a\cos(10t) + a\cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right) =$$

$$= 2a\cos\left(10t + \frac{\frac{\pi}{3}}{2}\right)\cos\frac{\frac{\pi}{3}}{2} = 2a\cos\frac{\pi}{6}\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= a\sqrt{3}\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \quad y = (30\sqrt{3}\ \text{cm})\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Si annulla se $\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) = 0$, cioè se $10t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$10t = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} + k\pi$$

$$10t = \frac{\pi}{3} + k\pi$$

$$\boxed{t = \frac{\pi}{10}\left(\frac{1}{3} + k\right)\ \text{s}}$$