147 ◆◆◆ **TROVA LA FORMULA** Due onde armoniche, di ampiezza $a = 0{,}21$ m e pulsazione $\omega = 10\pi$ rad/s, si sovrappongono in un punto P dello spazio. L'onda risultante ha un'ampiezza pari a 0,36 m.

- Calcola lo sfasamento tra le due onde.
- Determina l'equazione dell'oscillazione armonica risultante. [62°]

$$y_1 = a\cos(\omega t + \varphi_1) \qquad y_2 = a\cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$y = y_1 + y_2 = \underbrace{2a\cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}}_{0{,}36\ m}\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$$

$$2\cdot(0{,}21\ m)\cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = 0{,}36\ m$$

$$\cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \frac{0{,}36\ m}{0{,}42\ m} \Rightarrow \cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \frac{6}{7} \qquad \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \arccos\frac{6}{7}$$

$$\Delta\varphi = \underbrace{\varphi_1 - \varphi_2}_{\text{SFASAMENTO}} = 2\arccos\frac{6}{7} = 62{,}0054\ldots^\circ \simeq \boxed{62^\circ}$$

$$\frac{62{,}0054\ldots^\circ}{180^\circ}\pi\ rad = 0{,}344\ldots\pi\ rad \simeq 0{,}34\ rad$$

Poniamo $\varphi_2 = 0$

$$y = 2a\cos\frac{\varphi_1}{2}\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1}{2}\right)$$

$$\boxed{y = (0{,}36\ m)\cos\left[\left(10\pi\ \frac{rad}{s}\right)t + 0{,}17\ rad\right]}$$

148 ◆◆◆ **TROVA LA FORMULA** Due onde armoniche della stessa ampiezza a e con la stessa pulsazione ω giungono nello stesso punto e si sovrappongono. L'onda risultante è descritta dalla formula:

$$y = \sqrt{3}\, a \cos(\omega t + \pi/4).$$

- Scrivi le equazioni che descrivono le due onde iniziali.
- Calcola la differenza di fase tra le due onde.
- Calcola la differenza di fase iniziale che fornirebbe un'onda risultante di ampiezza a.

Suggerimento: ricorda che in trigonometria vale la relazione $\cos\alpha\cos\beta = 1/2[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$ e che l'ampiezza $\sqrt{3}\,a$ può essere scritta come $\frac{\sqrt{3}}{2}(2a)$.

[$y_1 = a\cos(\omega t + 5/12\pi)$, $y_2 = a\cos(\omega t + \pi/12)$; $\pi/3$; $\pm 2/3\pi + 4k\pi$]

$$y_1 = a\cos(\omega t + \varphi_1) \qquad y_2 = a\cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$y = y_1 + y_2 = 2a\cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right)$$

$$= \sqrt{3}\,a\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\cancel{a}\cos\dfrac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = \sqrt{3}\cancel{a} \\ \dfrac{\varphi_1+\varphi_2}{2} = \dfrac{\pi}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} \cos\dfrac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \varphi_1+\varphi_2 = \dfrac{\pi}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = \dfrac{\pi}{6} \\ \varphi_1+\varphi_2 = \dfrac{\pi}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \varphi_1-\varphi_2 = \dfrac{\pi}{3} \\ \varphi_1+\varphi_2 = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$2\varphi_1 = \frac{5}{6}\pi$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = \dfrac{5}{12}\pi \\ \varphi_2 = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{5}{12}\pi = \dfrac{6\pi - 5\pi}{12} = \dfrac{\pi}{12} \end{cases}$$

$$y_1 = \sqrt{3}\,a\cos\left(\omega t + \frac{5}{12}\pi\right) \qquad y_2 = \sqrt{3}\,a\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{12}\right)$$

DIFFERENZA DI FASE $\Delta\varphi = |\varphi_1 - \varphi_2| = \dfrac{\pi}{3}$

AMPIEZZA $2a\cos\dfrac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = a \Rightarrow \cos\dfrac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = \pm\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi_1 - \varphi_2 = \pm\frac{2}{3}\pi + 4k\pi}$$