FUNZIONI PERIODICHE

10/10/2022

Sia $T > 0$ un numero reale. La funzione f è PERIODICA DI PERIODO T se

$$\forall x \in \mathrm{dom}\, f \qquad x + T \in \mathrm{dom}\, f \quad e \quad f(x+T) = f(x)$$

- Ad es. $\sin(x)$ e $\cos(x)$ sono periodiche di periodo 2π

$$\sin(x+2\pi) = \sin(x) \qquad \cos(x+2\pi) = \cos(x)$$

e anche $\sin(x + 2k\pi) = \sin(x)$ e $\cos(x+2k\pi) = \cos(x)$ $\quad k \in \mathbb{Z}$

- Le funzioni $\tan(x)$ e $\cot(x)$ sono periodiche di periodo π

$$\tan(x+\pi) = \tan(x) \qquad \cot(x+\pi) = \cot(x)$$

e anche $\tan(x+k\pi) = \tan(x)$ e $\cot(x+k\pi) = \cot(x)$ $\quad k \in \mathbb{Z}$

- In realtà 2π è il PERIODO MINIMO per $\cos(x)$ e $\sin(x)$, così come π è il periodo minimo di $\tan(x)$ e $\cot(x)$. In genere ci si riferisce al periodo minimo.

Date le funzioni $f(x) = A\cos(\omega x + \varphi)$ $\qquad A, \omega, \varphi \in \mathbb{R}$ $(A, \omega \neq 0)$

$g(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$

chiamate FUNZIONI SINUSOIDALI, si ha che il loro periodo (minimo) è $\dfrac{2\pi}{|\omega|}$

Ad es. $f(x) = 2\cos(3x - 7)$ ha periodo $T = \dfrac{2\pi}{3}$

infatti $f\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 2\cos\left(3\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) - 7\right) = 2\cos(3x + 2\pi - 7) =$

$$= 2\cos(3x-7) = f(x)$$

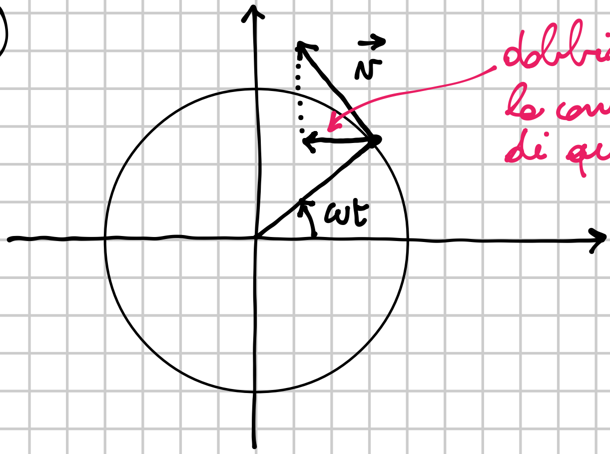
Allo stesso modo si vede che il periodo (minimo) delle funzioni $A\tan(\omega x + \varphi)$ e $A\cot(\omega x + \varphi)$ è $\dfrac{\pi}{|\omega|}$

6 ..../20 **FISICA** **MOTO CIRCOLARE UNIFORME** Una briciola di pane si trova sul bordo del piatto girevole, di raggio 8 cm, di un forno a microonde e si muove di moto circolare uniforme descrivendo un angolo di 52° in 0,4 secondi. Nel piano del piatto scegli un sistema di riferimento fisso con l'origine nel centro del piatto.

a. Scrivi la legge che esprime l'andamento nel tempo della proiezione della velocità della briciola lungo l'asse x del sistema di riferimento scelto.

b. Quanto vale la componente x della velocità della briciola al tempo $t = 5$ s, sapendo che al tempo $t = 0$ s è nulla? Quanto vale la tangente dell'angolo descritto dalla briciola nello stesso intervallo di tempo?

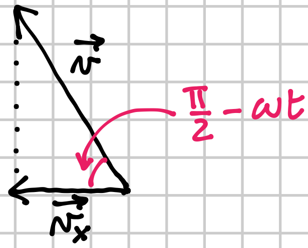
a)



dobbiamo trovare la componente cartesiana x di questo vettore

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} \quad \text{VEL. ANGOLARE}$$

$$v = \omega r$$



$$\omega = \frac{52°}{0,4\ s} = \frac{\frac{52°}{180°}\pi}{0,4\ s} =$$

$$= \frac{\overset{13}{\cancel{52}}}{\cancel{180}} \cdot \frac{\cancel{10}}{\underset{1}{\cancel{4}}}\ \frac{rad}{s} = \frac{13}{18}\pi\ \frac{rad}{s}$$

$$v_x = -v\cos\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) =$$

$$= -\omega r \sin \omega t$$

$$v_x = -\left(\frac{13}{18}\pi\ \frac{rad}{s}\right)(0,08\ m)\sin\left[\left(\frac{13}{18}\pi\ \frac{rad}{s}\right)t\right]$$

$$v_x = -0,18\ \sin(2,3\ t) \quad \text{oppure} \quad v_x = -\frac{13}{225}\pi\ \sin\left(\frac{13}{18}\pi t\right)$$

b) $$v_x(t = 5\ s) = -\frac{13}{225}\pi\ \sin\left(\frac{13}{18}\pi \cdot 5\right) \simeq \boxed{0,17\ \frac{m}{s}}$$

$$\tan\left(\frac{13}{18}\pi \cdot 5\right) = -2,747\ldots \simeq \boxed{-2,7}$$

b. $\sin^2\frac{5}{3}\pi - \cot\frac{3}{2}\pi + \cos\frac{11}{6}\pi \cdot \tan\frac{\pi}{6} =$

$$= \sin^2\left(\cancel{2}\pi - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\overbrace{\cos\frac{3}{2}\pi}^{=0}}{\sin\frac{3}{2}\pi} + \cos\left(\cancel{2}\pi - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} =$$

$$= \left[-\sin\frac{\pi}{3}\right]^2 - 0 + \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} =$$

$$= \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}\right]^2 + \cos\frac{\pi}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} =$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{4} + \frac{3}{6} = \frac{9+6}{12} = \frac{15}{12} = \boxed{\frac{5}{4}}$$