Usando le formule parametriche scrivere la seg. espressione in funzione di $t = \tan\frac{\alpha}{2}$ 9/11/2022

263 $\dfrac{1+\cos\alpha-\sin\alpha}{2+2\cos\alpha+\sin\alpha} =$ $\left[\dfrac{1-t}{t+2}\right]$

$$= \frac{1+\frac{1-t^2}{1+t^2}-\frac{2t}{1+t^2}}{2+2\frac{1-t^2}{1+t^2}+\frac{2t}{1+t^2}} = \frac{\frac{1+\cancel{t^2}+1-\cancel{t^2}-2t}{\cancel{1+t^2}}}{\frac{2(1+t^2)+2-2t^2+2t}{\cancel{1+t^2}}} = \frac{2-2t}{2+\cancel{2t^2}+2-\cancel{2t^2}+2t} =$$

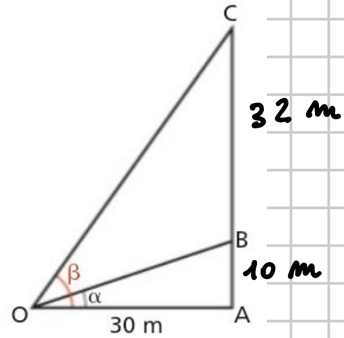
$$= \frac{2(1-t)}{4+2t} = \frac{\cancel{2}(1-t)}{\cancel{2}(2+t)} = \frac{1-t}{t+2}$$

79 **La città eterna** L'Obelisco Lateranense, situato a Roma in piazza San Giovanni, è alto 32 m ed è posto su un basamento alto 10 m. Nella figura, BC rappresenta l'obelisco e AB il suo basamento. Un osservatore si trova nel punto O, distante 30 m da A.

a. Calcola $\tan\alpha$ e $\tan\beta$ applicando la definizione di tangente di un angolo.

b. Usa le formule goniometriche per calcolare $\sin(\beta - \alpha)$.

$\left[\text{a) } \frac{1}{3}, \frac{7}{5}; \text{ b) } \frac{8}{185}\sqrt{185}\right]$



Nel triangolo OAB si ha che $\overline{AB} = \overline{OA} \cdot \tan\alpha$

$$\Downarrow$$

$$\tan\alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{10\text{ m}}{30\text{ m}} = \frac{1}{3}$$

$$\tan\beta = \frac{\overline{AC}}{\overline{OA}} = \frac{42\text{ m}}{30\text{ m}} = \frac{\cancel{42}^{\,7}}{\cancel{30}_{\,5}} = \frac{7}{5}$$

$$\sin(\beta - \alpha) = \sin\beta\cos\alpha - \cos\beta\sin\alpha = (*)$$

$$\begin{cases} \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{3} \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\alpha = \frac{1}{3}\cos\alpha \\ \frac{1}{9}\cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} // \\ \cos^2\alpha = \frac{9}{10} \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{7}{5} \\ \sin^2\beta + \cos^2\beta = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\beta = \frac{7}{5}\cos\beta \\ \frac{49}{25}\cos^2\beta + \cos^2\beta = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} // \\ \cos^2\beta = \frac{25}{74} \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\beta = \frac{7}{\sqrt{74}} \\ \cos\beta = \frac{5}{\sqrt{74}} \end{cases}$$

$$(*) = \frac{7}{\sqrt{74}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{5}{\sqrt{74}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{16}{\sqrt{2^2 \cdot 5 \cdot 37}} = \frac{\cancel{16}^{\,8}}{\cancel{2}_{\,1}\sqrt{185}} = \frac{8}{\sqrt{185}}$$

EQUAZIONI GONIOMETRICHE ELEMENTARI

$\sin x = m \qquad \cos x = m \qquad \tan x = m \qquad \text{con } m \in \mathbb{R}$

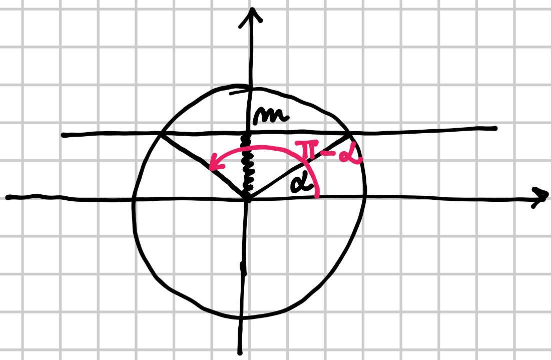
1) $\sin x = m$

a) $|m| > 1 \Rightarrow$ eq. impossibile ES. $\sin x = -2$ IMPOSSIBILE

b) $|m| \leq 1 \Rightarrow$ eq. con infinite soluzioni

$\sin x = m \qquad x = \arcsin(m) = \alpha$ trovo un angolo α il cui seno è m

$x = \alpha + 2k\pi \quad \vee \quad x = \pi - \alpha + 2k\pi$



ESEMPI

- $\sin x = \frac{1}{2} \qquad \alpha = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6} \qquad x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad \vee \quad x = \underbrace{\frac{5}{6}\pi}_{\pi - \frac{\pi}{6}} + 2k\pi$

- $\sin x = \frac{1}{3} \qquad \alpha = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right) \qquad x = \arcsin\frac{1}{3} + 2k\pi \quad \vee \quad x = \pi - \arcsin\frac{1}{3} + 2k\pi$