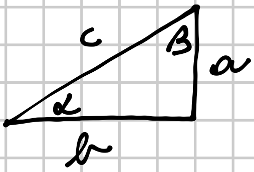
15/12/2022

20 $a = 15$; $\alpha = \arctan\frac{3}{5}$. Risolvere il tr. rettangolo



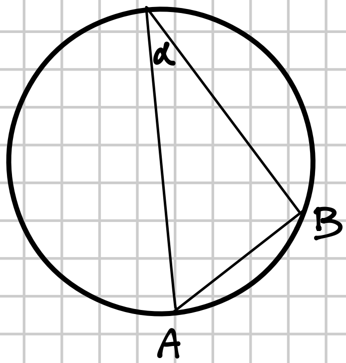
$$\beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - \arctan\frac{3}{5} \cong 59^\circ$$

$$b \cdot \tan\alpha = a \Rightarrow b = \frac{a}{\tan\alpha} = \frac{15}{\tan\left(\arctan\frac{3}{5}\right)} =$$

$$= \frac{15}{\frac{3}{5}} = \overset{5}{\cancel{15}} \cdot \frac{5}{\cancel{3}} = 25$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{15^2 + 25^2} = \sqrt{5^2(3^2+5^2)} = 5\sqrt{9+25} = 5\sqrt{34} \cong 29$$

TEOREMA DELLA CORDA



r = RAGGIO DELLA CIRCONFERENZA

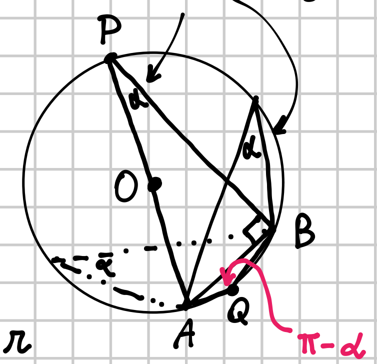
AB = CORDA DELLA CIRCONFERENZA

$$\boxed{\overline{AB} = 2r \cdot \sin\alpha}$$

α = uno qualsiasi degli angoli alla circonf. che insistono sulla corda

DIMOSTRAZIONE

tutti gli angoli alla circ. sono uguali



$\overline{AP} = 2r$

$\pi - \alpha$ (perché AQBP è inscritto nella circonf.)

Considero il triangolo APB. Esso è rettangolo, poiché inscritto nella semicirconferenza $\widehat{ABP}$.

Allora

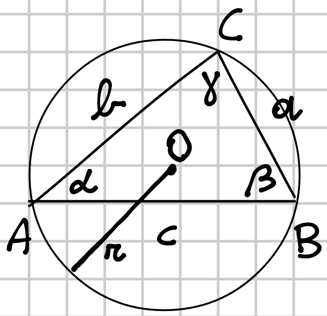
$$\overline{AB} = \overline{AP} \cdot \sin\alpha$$

$$\Downarrow$$

$$\overline{AB} = 2r \cdot \sin\alpha$$

OSSERVAZIONE = E se prendo un angolo alla circonf. il cui vertice sta sull'arco $\widehat{AB}$ più corto? Il teorema vale ancora perché $\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$.

TEOREMA DEI SENI



$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2r$$

r = raggio della circonf. circoscritta al triangolo

DIMOSTRAZIONE

Dal teorema della corda

$c = 2r\sin\gamma \Rightarrow 2r = \frac{c}{\sin\gamma}$

$a = 2r\sin\alpha \Rightarrow 2r = \frac{a}{\sin\alpha}$

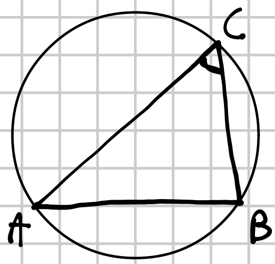
$b = 2r\sin\beta \Rightarrow 2r = \frac{b}{\sin\beta}$

$\Rightarrow \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2r$

170 Determina il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo ABC, sapendo che $AB = 40$ cm e che $\cos A\widehat{C}B = \frac{12}{13}$. [52 cm]

$\overline{AB} = 40$

$\cos A\hat{C}B = \frac{12}{13}$ → ANGOLO ACUTO



$\overline{AB} = 2r \cdot \sin A\hat{C}B$

$$\sin A\hat{C}B = +\sqrt{1-\cos^2 A\hat{C}B} = \sqrt{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{144}{169}} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13}$$

↓ È COMUNQUE POSITIVO PERCHÉ COMPRESO FRA 0° E 180°

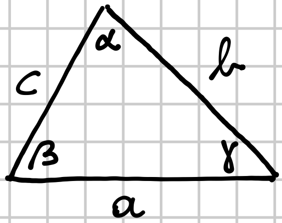
$$\cancel{40}^{20} = \cancel{2}r \cdot \frac{5}{13}$$

$$r = \frac{\cancel{20}^{4} \cdot 13}{\cancel{5}} = 52$$

$$r = 52 \text{ cm}$$

Risolvere il triangolo

193 $a = 12\sqrt{2}$, $\beta = 60°$, $\gamma = 45°$. b? c? $[12\sqrt{3}(\sqrt{3}-1); 12\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)]$



$$\alpha = 180° - (\beta + \gamma) = 180° - 105° = 75°$$

TH. SENI $\Rightarrow \dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta}$

$$b = \frac{a}{\sin\alpha}\cdot\sin\beta = \frac{12\sqrt{2}}{\sin 75°}\cdot\sin 60° =$$

$75° = 30°+45°$

$$= \frac{\cancel{12}^{\,6}\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}}{\sin 30°\cdot\cos 45° + \cos 30°\sin 45°} = \frac{6\sqrt{6}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}} =$$

$$= \frac{6\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}} = \frac{24\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}\cdot\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{6}} =$$

$$= \frac{\cancel{24}^{\,6}(2\sqrt{3}-6)}{\underbrace{2-6}_{-\cancel{4}}} = -12\sqrt{3}+36 = 12(3-\sqrt{3})$$

TH. SENI $\Rightarrow \dfrac{c}{\sin\gamma} = \dfrac{b}{\sin\beta} \Rightarrow c = \dfrac{b\sin\gamma}{\sin\beta} = \dfrac{12(3-\sqrt{3})\sin 45°}{\sin 60°} =$

$$= \frac{12(3-\sqrt{3})\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}}{\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}} = \frac{12\sqrt{2}(3-\sqrt{3})}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\cancel{12}^{\,4}\sqrt{6}(3-\sqrt{3})}{\cancel{3}} =$$

$$= 4\sqrt{6}(3-\sqrt{3})$$