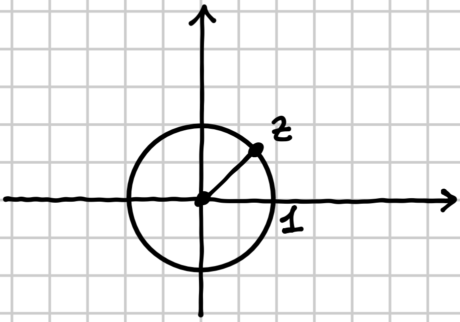
RAPPRESENTAZIONI GRAFICHE

1) Rappresentare nel piano complesso $|z| = 1$



$z = x + iy$

$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

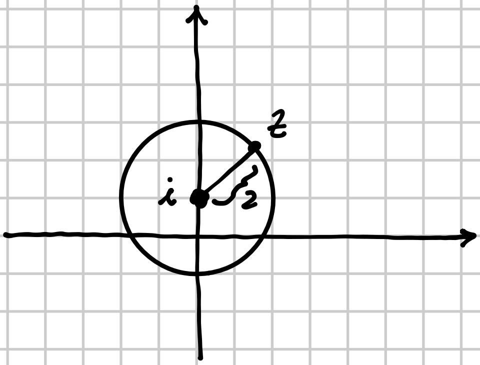
$\Downarrow$

$x^2 + y^2 = 1$

CIRCONFERENZA DI RAGGIO 1 E CENTRO $O(0,0)$

2) Rappresentare nel piano complesso $|z - i| = 2$

tutti i numeri $z \in \mathbb{C}$ che hanno distanza pari a 2 da i



$i = (0, 1)$

algebricamente $|z - i| = |x + iy - i| =$

$z = x + iy$ $\quad = |x + i(y-1)| =$

$= \sqrt{x^2 + (y-1)^2}$

$|z - i| = 2$

$\Downarrow$

$\sqrt{x^2 + (y-1)^2} = 2 \implies x^2 + (y-1)^2 = 4$

circonferenza di centro $(0, 1)$ e raggio $2^2 = 4$

217 $|2z-3| = |z+i|$

Rappresentare nel piano di Gauss (complesso)

$z = x + iy$

$$|2(x+iy)-3| = |x+iy+i|$$

$$|2x+2yi-3| = |x+i(y+1)|$$

$$|(2x-3)+2yi| = |x+i(y+1)|$$

$$\sqrt{(2x-3)^2+(2y)^2} = \sqrt{x^2+(y+1)^2}$$

$$4x^2+9-12x+4y^2 = x^2+y^2+1+2y$$

$$3x^2+3y^2-12x-2y+8=0$$

$$x^2+y^2-4x-\frac{2}{3}y+\frac{8}{3}=0$$

$C\left(2, \frac{1}{3}\right)$ CANDIDATO CENTRO

$$r = \sqrt{x_c^2+y_c^2-C} = \sqrt{4+\frac{1}{9}-\frac{8}{3}} = \sqrt{\frac{36+1-24}{9}} = \frac{\sqrt{13}}{3}$$

CIRCONFERENZA DI CENTRO $C\left(2, \frac{1}{3}\right)$ E RAGGIO $\frac{\sqrt{13}}{3}$

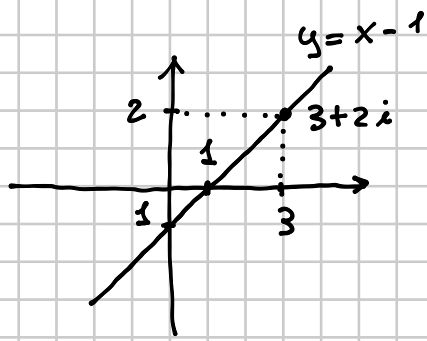
212 $Re(z) - Im(z) = 1$ Rappresentare nel piano di Gauss

$z = x + iy \qquad Re(z) = x \qquad Im(z) = y$

l'equazione $Re(z) - Im(z) = 1$ è $x - y = 1$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{y = x - 1}$$



4 Rappresenta nel piano di Gauss i punti corrispondenti ai numeri complessi z tali che:

........../20

a. $|\bar{z}| = 2$; **b.** $|z-1| = |z+2|$.

a) $z = x + iy \qquad \bar{z} = x - iy$

$|\bar{z}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$|\bar{z}| = 2 \Rightarrow \sqrt{x^2+y^2} = 2 \qquad x^2 + y^2 = 4$ circonf. di centro $O(0,0)$ e raggio 2

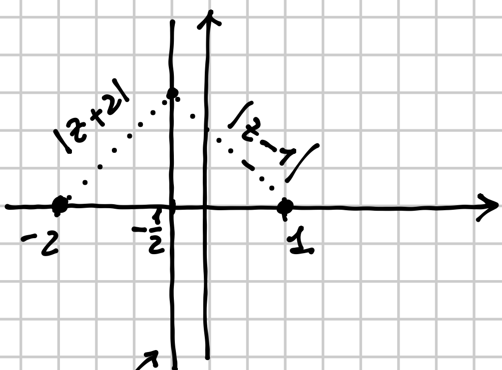
b) $|x + iy - 1| = |x + iy + 2|$

$|(x-1) + iy| = |(x+2) + iy|$

$\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{(x+2)^2 + y^2}$

$\cancel{x^2} + 1 - 2x + \cancel{y^2} = \cancel{x^2} + 4 + 4x + \cancel{y^2}$

$-6x = 3 \qquad x = -\frac{1}{2}$



ASSE DEL SEGMENTO $[-2, 1]$

64

a. Determina le soluzioni in $\mathbb{C}$ dell'equazione:

$$|z-1-i| = |\bar{z} + 2i \cdot Im(z) + 2 - i|, \quad \text{con } z \in \mathbb{C}.$$

b. Rappresenta sul piano di Gauss l'insieme delle soluzioni.

c. Determina le eventuali soluzioni che abbiano modulo uguale a 1.

$z = x + iy \qquad |x + iy - 1 - i| = |x - iy + 2i \cdot y + 2 - i|$

$$|(x-1) + i(y-1)| = |(x+2) + i(-y+2y-1)|$$

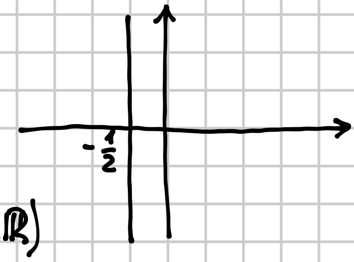
$$|(x-1) + i(y-1)| = |(x+2) + i(y-1)|$$

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2}$$

$$(x-1)^2 + \cancel{(y-1)^2} = (x+2)^2 + \cancel{(y-1)^2}$$

$$\cancel{x^2} + 1 - 2x = \cancel{x^2} + 4 + 4x$$

$$-6x = 3 \qquad x = -\frac{1}{2}$$



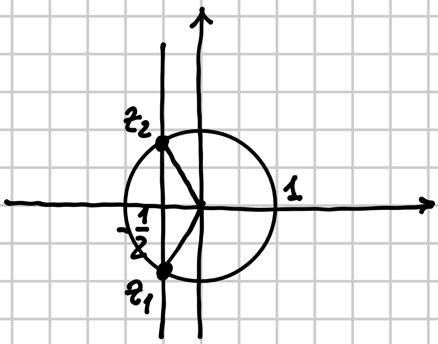
$$z = -\frac{1}{2} + iy \quad (\forall y \in \mathbb{R})$$

Le soluzioni che hanno modulo 1 si possono trovare così:

$\left|-\frac{1}{2} + iy\right| = 1 \qquad \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + y^2} = 1 \qquad \frac{1}{4} + y^2 = 1 \qquad y^2 = \frac{3}{4} \qquad y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

trovare y

$z_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \qquad z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$



1) Risolvere l'equazione

$$\underbrace{|i+z|^2}_{\text{reale}} - \underbrace{i}_{\text{immaginario puro}} = \overbrace{2}^{\text{reale}}$$

l'uguaglianza è IMPOSSIBILE

$\Downarrow$

eq. IMPOSSIBILE

2) Risolvere l'equazione

$$|i+z|^2 - i - 2 = z \qquad z = x + iy$$

$$|i + x + iy|^2 - i - 2 = x + iy$$

$$|x + i(y+1)|^2 - i - 2 = x + iy$$

$$x^2 + (y+1)^2 - i - 2 = x + iy$$

$$x^2 + y^2 + 1 + 2y - i - 2 = x + iy$$

$$x^2 + y^2 - x - 1 + 2y - i - iy = 0$$

$$(x^2 + y^2 - x + 2y - 1) + i(-y - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - x + 2y - 1 = 0 \\ -y - 1 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2 + \cancel{1} - x - 2 - \cancel{1} = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ y = -1 \end{cases} \qquad \Delta = 1 + 8 = 9 \qquad x = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} -1 \\ 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \ \vee \ x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \qquad \boxed{z = -1 - i \quad \vee \quad z = 2 - i}$$