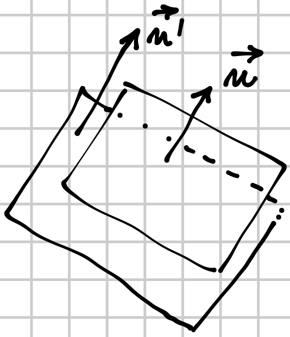
PARALLELISMO DI PIANI

$ax + by + cz + d = 0$ $\qquad$ $a'x + b'y + c'z + d' = 0$

sono paralleli se e solo se $\boxed{\dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} = \dfrac{c}{c'}}$ (supposti diversi da 0 i coefficienti)



significa che i 2 vettori normali $\vec{n} = (a, b, c)$ e $\vec{n}' = (a', b', c')$ sono paralleli

$\Downarrow$

Nel caso uno o più coefficienti siano 0, lo devono essere anche i corrispondenti nell'altra equazione. Ad es. se $b = 0$, anche $b' = 0$

ESEMPI

1) $3x + 2y - z + 1 = 0$ e $3x + 2y - z - 3 = 0$ sono paralleli

2) $3x + 2y - z + 1 = 0$ e $-6x - 4y + 2z - \frac{14}{3} = 0$ sono paralleli

infatti $\quad \dfrac{3}{-6} = \dfrac{2}{-4} = \dfrac{-1}{2}$

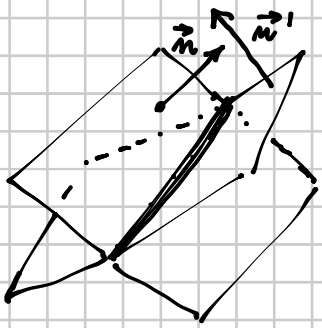
3) $7x - 2y + 4 = 0$ e $14x - 4y - 2 = 0$ sono paralleli

infatti $\quad \dfrac{7}{14} = \dfrac{-2}{-4}$ e per entrambi il coeff. di z è 0

PERPENDICOLARITÀ DI PIANI

$ax+by+cz+d=0$ e $a'x+b'y+c'z+d'=0$

sono perpendicolari se e solo se $\boxed{aa'+bb'+cc'=0}$



$\Updownarrow$

$\vec{n}\cdot\vec{n}'=0$ (prodotto scalare nullo, cioè $\vec{n}$ e $\vec{n}'$ sono perpendicolari)

ESEMPI

1) $x-2y+z-3=0$ e $2x-y-4z-8=0$ sono perpendicolari

$\vec{n}=(1,-2,1)$ $\qquad$ $\vec{n}'=(2,-1,-4)$

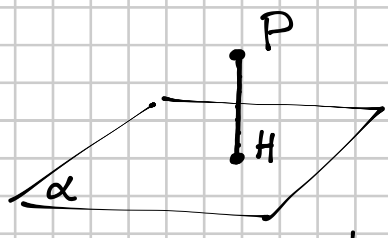
infatti $1\cdot 2+(-2)\cdot(-1)+1\cdot(-4)=0$

2) $3x+y-9=0$ e $x-3y+7=0$ sono perpendicolari

$\vec{n}=(3,1,0)$ $\qquad$ $\vec{n}'=(1,-3,0)$

infatti $3\cdot 1+1\cdot(-3)+0\cdot 0=0$

DISTANZA PUNTO-PIANO



$PH \perp \alpha$

distanza $=\overline{PH}$

$P(x_0,y_0,z_0)$ $\qquad$ $ax+by+cz+d=0$

$$\overline{PH}=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

Scrivi l'equazione del piano parallelo al piano assegnato e passante per il punto indicato.

150 $5x + 2y - 3z - 2 = 0;$ $P(2; -1; -1).$ $[5x + 2y - 3z - 11 = 0]$

$5x + 2y - 3z + d = 0$

FASCIO DI PIANI PARALLELI

Impongo il passaggio per P e trovo d

$5 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) - 3(-1) + d = 0$

$10 - 2 + 3 + d = 0 \Rightarrow d = -11$

$$\boxed{5x + 2y - 3z - 11 = 0}$$

Scrivi l'eq. del piano perpendicolare al piano assegnato e passante per A e B

159 $4x + y - 2z - 1 = 0;$ $A(2;1;0), B(-1;1;1).$ $[x + 2y + 3z - 4 = 0]$

$\vec{n} = (4, 1, -2)$

$ax + by + cz + d = 0$ PIANO DA TROVARE

IMPONGO IL PASSAGGIO PER A E B

$$\begin{cases} 2a + b + d = 0 \\ -a + b + c + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2b + 2c + 2d + b + d = 0 \\ a = b + c + d \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3b + 2c + 3d = 0 \\ a = b + c + d \end{cases} \qquad \begin{cases} b = -\frac{2}{3}c - d \\ a = -\frac{2}{3}c - \cancel{d} + c + \cancel{d} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{3}c \\ b = -\frac{2}{3}c - d \end{cases} \qquad \vec{n}' = \left(\frac{1}{3}c, -\frac{2}{3}c - d, c\right)$$

VETTORE NORMALE DEL PIANO AB

Applico la condizione di perpendicolarità:

$\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0 \Rightarrow (4, 1, -2) \cdot \left(\frac{1}{3}c, -\frac{2}{3}c - d, c\right) = 0$

$\frac{4}{3}c - \frac{2}{3}c - d - 2c = 0$ $\quad -\frac{4}{3}c = d$ $\quad c = -\frac{3}{4}d$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{3}c \\ b = -\frac{2}{3}c - d \\ c = -\frac{3}{4}d \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{3}c \\ b = -\frac{2}{3}c - d \\ c = -\frac{3}{4}d \end{cases}$$

pongo ARBITRARIAMENTE $d = -4$ (purché non 0)

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 + 4 = 2 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\boxed{x + 2y + 3z - 4 = 0}$$