

# EQUAZIONI PARAMETRICHE DI UNA RETTA

$$\vec{N} = (l, m, n) \quad P_0(x_0, y_0, z_0)$$

$$\begin{cases} x = x_0 + K l \\ y = y_0 + K m \\ z = z_0 + K n \end{cases}$$

⇓

$$\begin{cases} \frac{x - x_0}{l} = K \\ \frac{y - y_0}{m} = K \\ \frac{z - z_0}{n} = K \end{cases} \Rightarrow$$

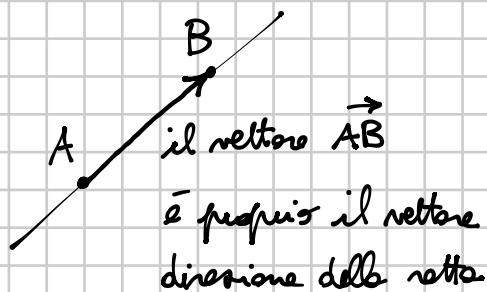
$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$$

EQUAZIONI  
CARTESIANE  
DELLA RETTA

sono 2 uguaglianze!

## RETTA PER 2 PUNTI

$$A(x_A, y_A, z_A) \quad B(x_B, y_B, z_B)$$



$$\vec{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A) = \vec{N}$$

$$\begin{cases} x = x_A + K(x_B - x_A) \\ y = y_A + K(y_B - y_A) \\ z = z_A + K(z_B - z_A) \end{cases}$$

↙ in forma cartesiana

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{z - z_A}{z_B - z_A} \quad (\text{se } x_A \neq x_B \\ y_A \neq y_B \\ z_A \neq z_B)$$

$A(-2; -4; -1), B(3; 1; 2).$

trovare la retta per A e B

$$\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = -4 + 5t; \frac{x+2}{5} = \frac{y+4}{5} = \frac{z+1}{3} \\ z = -1 + 3t \end{cases}$$

$$\vec{N} = (3+2, 1+4, 2+1) = (5, 5, 3)$$

$x_B - x_A$

$y_B - y_A$

$z_B - z_A$

coordinate di A

eq. parametriche

$$\begin{cases} x = -2 + 5K \\ y = -4 + 5K \\ z = -1 + 3K \end{cases}$$

oppure

$$\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = 1 + 5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$$

SONO LA STESSA RETTA!!

$$\begin{cases} \frac{x+2}{5} = K \\ \frac{y+4}{5} = K \\ \frac{z+1}{3} = K \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x+2}{5} = \frac{y+4}{5} = \frac{z+1}{3}$$

forma cartesiana

# RETTA COME INTERSEZIONE DI 2 PIANI NON PARALLELI

$$\begin{cases} ax + by + cz + d = 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' = 0 \end{cases}$$

## ESEMPIO

$$\begin{cases} x - y + z + 1 = 0 \\ 2x + 2y + 3z - 1 = 0 \end{cases}$$

Come faccio a scriverla  
in forma parametrica?

$$\begin{cases} x - y + z + 1 = 0 \\ 2x + 2y + 3z - 1 = 0 \\ z = t \end{cases} \quad \begin{cases} x = y - t - 1 \\ 2(y - t - 1) + 2y + 3t - 1 = 0 \\ z = t \end{cases}$$

↑  
pongo arbitrariamente

$$\begin{cases} x = y - t - 1 \\ 2y - 2t - 2 + 2y + 3t - 1 = 0 \\ z = t \end{cases} \quad \begin{cases} 4y + t - 3 = 0 \\ z = t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-t+3}{4} - t - 1 \\ y = \frac{-t+3}{4} \\ z = t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-t+3-4t-4}{4} \\ y = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}t \\ z = t \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{4} - \frac{5}{4}t \\ y = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}t \\ z = t \end{cases}$$

retta passante per  $P(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 0)$   
e vettore direzione  $\vec{v} = (-\frac{5}{4}, -\frac{1}{4}, 1)$

Se ho la retta

$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 5t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$$

e la voglio scrivere come  
intersezione di due piani,

la scrivo prima in forma cartesiana

$$\frac{x-1}{-3} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+1}{-2}$$

e poi "separo" le uguaglianze

$$\begin{cases} \frac{x-1}{-3} = \frac{y+2}{5} \\ \frac{y+2}{5} = \frac{z+1}{-2} \end{cases} \leftarrow \begin{array}{l} \text{equazioni di 2 piani} \\ \text{equazioni di 2 piani} \end{array}$$

$$\begin{cases} 5x - 5 = -3y - 6 \\ -2y - 4 = 5z + 5 \end{cases} \begin{cases} 5x + 3y + 1 = 0 & (\text{piano // asse } z) \\ 2y + 5z + 9 = 0 & (\text{piano // asse } x) \end{cases}$$

Individua i sistemi che determinano una retta e scrivi l'equazione della retta in forma parametrica.

240 
$$\begin{cases} 3x - y - 4z - 1 = 0 \\ 6x - 2y - 8z = 0 \end{cases}$$

[piani paralleli]

$$\begin{cases} x = \frac{k}{4} \\ y = \frac{2}{3} + \frac{7}{12}k \\ z = k \end{cases}$$

241 
$$\begin{cases} 3x - 3y + z + 2 = 0 \\ x + 3y - 2z - 2 = 0 \end{cases}$$

240

$$\begin{cases} 3x - y - 4z - 1 = 0 \\ 6x - 2y - 8z = 0 \end{cases}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{-1}{-2} = \frac{-4}{-8} \Rightarrow$$

PIANI PARALLELI

E NON DETERMINANO UNA RETTA

241

$$\begin{cases} 3x - 3y + z + 2 = 0 \\ x + 3y - 2z - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\frac{3}{1} \neq \frac{-3}{3}$$

PIANI NON PARALLELI

$$\begin{cases} 3x - 3y + z + 2 = 0 \\ x + 3y - 2z - 2 = 0 \\ z = t \end{cases} \quad \begin{cases} 3(2 - 3y + 2t) - 3y + t + 2 = 0 \\ x = 2 - 3y + 2t \\ z = t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 - 9y + 6t - 3y + t + 2 = 0 \\ -12y + 7t + 8 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{7t + 8}{12} \\ x = 2 - 3 \cdot \frac{7t + 8}{12} + 2t \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{2}{3} + \frac{7}{12}t \\ x = \frac{8 - 7t - 8 + 8t}{4} = \frac{1}{4}t \\ z = t \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{4}t \\ y = \frac{2}{3} + \frac{7}{12}t \\ z = t \end{cases}$$