192 Determina il punto P equidistante dai punti $A(1; 1; 1)$, $B(2; 0; 1)$, $C\,(0; 0; 2)$ e appartenente al piano di equazione $x - y + 3z = 0$.
$\left[\left(\frac{1}{12}; -\frac{11}{12}; -\frac{1}{3}\right)\right]$

$P(x, y, z)$ incognito → ho bisogno di 3 equazioni

1ª eq. → appartenenza al piano → $x - y + 3z = 0$

deve essere $\underbrace{\overline{PA} = \overline{PB}}_{2^a\ eq.}$ $= \overline{PC}$, con $\underbrace{\overline{PB} = \overline{PC}}_{3^a\ eq.}$

$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 2ª eq.

$\overline{PB}^2 = \overline{PC}^2$ 3ª eq.

$\overline{PA}^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2$ $\qquad \overline{PB}^2 = (x-2)^2 + (y-0)^2 + (z-1)^2$

$\overline{PC}^2 = (x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-2)^2$

$$\begin{cases} x - y + 3z = 0 \\ \cancel{x^2} + 1 - 2x + \cancel{y^2} + \cancel{1} - 2y + \cancel{z^2} + 1 - \cancel{2z} = \cancel{x^2} + 4 - 4x + \cancel{y^2} + \cancel{z^2} + \cancel{1} - \cancel{2z} \\ \cancel{x^2} + \cancel{4} - 4x + \cancel{y^2} + \cancel{z^2} + 1 - 2z = \cancel{x^2} + \cancel{y^2} + \cancel{z^2} + \cancel{4} - 4z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y + 3z = 0 \\ 2x - 2y = 2 \\ -4x + 2z = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - y + 3z = 0 \\ x - y = 1 \\ 4x - 2z = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \cancel{y} + 1 - \cancel{y} + 3z = 0 \\ x = y + 1 \\ 4x - 2z = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} z = -\frac{1}{3} \\ x = y + 1 \\ 4x + \frac{2}{3} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} // \\ \\ 4x = 1 - \frac{2}{3} \end{cases} \qquad \begin{cases} // \\ \\ 4x = \frac{1}{3} \end{cases} \qquad \begin{cases} z = -\frac{1}{3} \\ y = x - 1 = \frac{1}{12} - 1 = -\frac{11}{12} \\ x = \frac{1}{12} \end{cases}$$

$$\boxed{P\left(\frac{1}{12}, -\frac{11}{12}, -\frac{1}{3}\right)}$$

194 Individua il piano α tra i piani del tipo $(a+b)x+(b-a)y+az+2a+b=0$ che sia perpendicolare al piano passante per i punti $A(1;1;1)$, $B(3;0;0)$, $C(0;0;2)$. $[x+7y-3z-2=0]$

NON SONO QUELLI DEL TESTO

Trovo il piano per A, B, C $\quad ax+by+cz+d=0$

$$\begin{array}{l} A \to \\ B \to \\ C \to \end{array} \begin{cases} a+b+c+d=0 \\ 3a+d=0 \\ 2c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} b=-a-c-d=\dfrac{d}{3}+\dfrac{d}{2}-d \\ a=-\dfrac{d}{3} \\ c=-\dfrac{d}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=-2-3+6=1 \\ c=3 \\ d=-6 \end{cases} \qquad \text{piano} \to \quad 2x+y+3z-6=0$$

assegno a $d \neq 0$ il valore -6

(*) $(a+b)x+(b-a)y+az+2a+b=0$ per essere perpendicolare a $2x+y+3z-6=0$ deve essere:

$\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$ (prodotto scalare dei vettori normali)

$$2(a+b)+1\cdot(b-a)+3a=0$$

$$2a+2b+b-a+3a=0$$

$$4a+3b=0 \leftarrow \text{assegno un valore a } b \text{ e trovo } a$$

$$a=-\frac{3}{4}b$$

pongo $b=-4 \Rightarrow a=3$ SOSTITUENDO IN (*)

$$(3-4)x+(-4-3)y+3z+6-4=0$$

$$-x-7y+3z+2=0 \qquad \boxed{x+7y-3z-2=0}$$

Trovare l'eq. della retta

244 $\begin{cases} x+y+z-2=0 \\ 2x-z=0 \end{cases}$ $\left[\begin{cases} x=k \\ y=2-3k \\ z=2k \end{cases}\right]$

INTERSEZIONE DI 2 PIANI

PONGO

$\begin{cases} x=t \\ t+y+z-2=0 \\ 2t-z=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=t \\ t+y+2t-2=0 \\ z=2t \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} x=t \\ y=-3t+2 \\ z=2t \end{cases}}$ retta in forma parametrica

Stabilisci se le coppie di rette date sono parallele o perpendicolari.

248 $\begin{cases} x=3t \\ y=3-t, \\ z=t \end{cases}$ $\begin{cases} x=-k \\ y=2+2k \\ z=-2+5k \end{cases}$. [perpendicolari]

249 $\begin{cases} x=3+k \\ y=-2+4k, \\ z=7-k \end{cases}$ $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+8t. \\ z=10-2t \end{cases}$ [parallele]

250 $x-1=y-2=\frac{3-z}{4}$, $x=y-1=\frac{2-z}{4}$. [parallele]

248) $\begin{cases} x=3t \\ y=3-t \\ z=t \end{cases}$ $\vec{m}=(3,-1,1)$ $\begin{cases} x=-k \\ y=2+2k \\ z=-2+5k \end{cases}$ $\vec{m}'=(-1,2,5)$

$\vec{m} \neq k\,\vec{m}'$ (NON PARALLELE) $k \in \mathbb{R}$

$\vec{m}\cdot\vec{m}' = 3\cdot(-1)+(-1)\cdot 2+1\cdot 5 =$

$= -3-2+5=0$

$\Rightarrow$ RETTE PERPENDICOLARI

249) $\begin{cases} x=3+k \\ y=-2+4k \\ z=7-k \end{cases}$ $\vec{m}=(1,4,-1)$ $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+8t \\ z=10-2t \end{cases}$ $\vec{m}'=(2,8,-2)$

$\frac{1}{2}=\frac{4}{8}=\frac{-1}{-2} \Rightarrow \vec{m}=\frac{1}{2}\vec{m}' \Rightarrow \vec{m}\parallel\vec{m}'$

cioè le RETTE SONO PARALLELE