250 $x-1=y-2=\frac{3-z}{4}, \quad x=y-1=\frac{2-z}{4}.$

SCRITTE IN FORMA CARTESIANA

$$\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$$

1) $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{-4}$ $\quad \vec{n}=(1,1,-4)$

2) $\frac{x-0}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-4}$ $\quad \vec{n}'=(1,1,-4)$

$\Downarrow$

le rette sono PARALLELE

Se voglio trasformarle in forma parametrica:

$$\begin{cases} x-1=y-2 \\ y-2=\frac{3-z}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-1=\frac{3-k}{4} \\ y-2=\frac{3-k}{4} \\ z=k \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{3-k}{4}+1 \\ y=\frac{3-k}{4}+2 \\ z=k \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{3-k+4}{4} \\ y=\frac{3-k+8}{4} \\ z=k \end{cases}$$

INTERSEZIONE DI PIANI

$$\begin{cases} x=\frac{7}{4}-\frac{1}{4}k \\ y=\frac{11}{4}-\frac{1}{4}k \\ z=k \end{cases} \quad \vec{n}=\left(-\frac{1}{4},-\frac{1}{4},1\right)$$

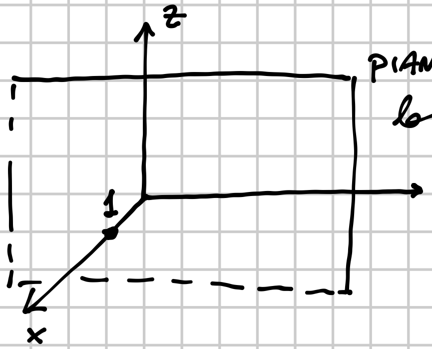
$$\begin{cases} x=y-1 \\ x=\frac{2-z}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} x=k \\ y=1+k \\ k=\frac{2-z}{4} \end{cases} \Rightarrow 4k=2-z \quad \begin{cases} x=k \\ y=1+k \\ z=2-4k \end{cases} \quad \vec{n}'=(1,1,-4)$$

$\vec{n}=-\frac{1}{4}\vec{n}'$ le rette sono PARALLELE

255 Stabilisci la posizione reciproca delle rette AB e CD, con $A(1;1;1)$, $B(1;4;-2)$, $C(0;5;1)$ e $D(1;6;2)$.
[perpendicolari e sghembe]

retta AB vettore $\vec{AB} = (1-1, 4-1, -2-1) = (0, 3, -3)$ vettore direzione

$$\begin{cases} x = 1 + K\cdot 0 \\ y = 1 + 3K \\ z = 1 - 3K \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 3K \\ z = 1 - 3K \end{cases}$$



PIANO $x = 1$
la retta sta su questo piano

retta CD vettore $\vec{CD} = (1-0, 6-5, 2-1) = (1, 1, 1)$ vett. posizione

$$\begin{cases} x = 0 + 1\cdot K \\ y = 5 + 1\cdot K \\ z = 1 + 1\cdot K \end{cases} \qquad \begin{cases} x = K \\ y = 5 + K \\ z = 1 + K \end{cases}$$

$(1,1,1)\cdot(0,3,-3) = 1\cdot 0 + 1\cdot 3 + 1\cdot(-3) = 0$ quindi le 2 rette sono PERPENDICOLARI

<u>CONTROLLIAMO SE HANNO PUNTI DI INTERSEZIONE</u>

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 3K \\ z = 1 - 3K \end{cases} \qquad \begin{cases} x = t \\ y = 5 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Devo stabilire se esistono 2 valori di t e K che danno lo stesso punto

$\Downarrow$

se questi due valori esistono deve essere

cioè il sistema deve avere soluzione

$$\begin{cases} 1 = t \\ 1 + 3K = 5 + t \\ 1 - 3K = 1 + t \end{cases} \qquad \begin{cases} t = 1 \\ 1 + 3K = 5 + 1 \Rightarrow K = \frac{5}{3} \\ 1 - 3\cdot\frac{5}{3} = 1 + 1 \Rightarrow 1 - 5 = 2 \Rightarrow -4 = 2 \end{cases}$$

FALSO!

SISTEMA IMPOSSIBILE

<u>LE 2 RETTE SONO SGHEMBE</u>

Trova, se esiste, il punto di intersezione fra le rette

257 $\underbrace{\frac{x-1}{2}}_{l}=\underbrace{y}_{m}=\underbrace{\frac{z}{5}}_{n}$, $\frac{x+3}{3}=y+1=\frac{z+3}{4}$.

$x_0 \quad y_0=0 \quad z_0=0 \quad$ 1

[(3;1;5)]

$$\begin{cases} x=1+2K \\ y=K \\ z=5K \end{cases} \qquad \begin{cases} x=-3+3t \\ y=-1+t \\ z=-3+4t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1+2K=-3+3t \\ K=-1+t \\ 5K=-3+4t \end{cases} \qquad \begin{cases} 1+2(-1+t)=-3+3t \\ K=-1+t \\ 5(-1+t)=-3+4t \end{cases} \qquad \begin{cases} 1-2+2t=-3+3t \\ K=-1+t \\ -5+5t=-3+4t \end{cases}$$

$$\begin{cases} t=2 \\ K=-1+2=1 \\ -5+10=-3+8 \Rightarrow 5=5 \end{cases} \qquad \begin{cases} t=2 \\ K=1 \end{cases}$$ SISTEMA DETERMINATO

Sostituisco $K=1$ nella prima eq. parametrica:

$$\begin{cases} x=1+2\cdot 1=3 \\ y=1 \\ z=5\cdot 1=5 \end{cases}$$ $P(3,1,5)$ è il punto di intersezione

Trovare, se esiste, il punto di intersez.

259 $\begin{cases} x-y+1=0 \\ x+y+z-3=0 \end{cases}$, $\begin{cases} y+z-1=0 \\ 2x+y-z-3=0 \end{cases}$.

[rette sghembe]

RETTE COME INTERSEZIONE DI PIANI

Se c'è un punto in comune, allora il sistema delle 4 equazioni ha soluzione, altrimenti no.

$$\begin{cases} x-y+1=0 \\ x+y+z-3=0 \\ y+z-1=0 \\ 2x+y-z-3=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=y-1 \\ y-1+y+z-3=0 \\ y+z-1=0 \\ 2(y-1)+y-z-3=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} // \\ 2y+z-4=0 \\ y+z-1=0 \\ 2y-2+y-z-3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} // \\ 2y + z - 4 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \\ 2y - z + y - z - 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} // \\ 2y + z - 4 = 0 \\ y = 1 - z \\ 3y - z - 5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2(1-z) + z - 4 = 0 \\ // \\ 3(1-z) - z - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} // \\ 2 - 2z + z - 4 = 0 \\ // \\ 3 - 3z - z - 5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} // \\ -z - 2 = 0 \\ // \\ -4z + 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} // \\ z = -2 \\ // \\ z = \frac{1}{2} \end{cases}$$

SISTEMA IMPOSSIBILE

$\Downarrow$

RETTE SGHEMBE

Trovare, se esiste, il punto di intersezione delle 2 rette:

260 $\dfrac{7-x}{7} = y = 1 - z, \quad \dfrac{x+1}{8} = \dfrac{3-y}{3} = \dfrac{z+1}{2}.$

$[(7;0;1)]$

$$\begin{cases} \dfrac{7-x}{7} = y \\ y = 1 - z \\ \dfrac{x+1}{8} = \dfrac{3-y}{3} \\ \dfrac{3-y}{3} = \dfrac{z+1}{2} \end{cases}$$

VEDIAMO SE QUESTO SISTEMA HA SOLUZIONE

$$\begin{cases} 7 - x = 7y \\ y = 1 - z \\ 3x + 3 = 24 - 8y \\ 6 - 2y = 3z + 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 7 - x = 7(1-z) \\ // \\ 3x + 3 = 24 - 8(1-z) \\ 6 - 2(1-z) = 3z + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7 - x = 0 \Rightarrow x = 7 \\ y = 0 \\ 3 \cdot 7 + 3 = 24 - 8 \cdot 0 \Rightarrow 24 = 24 \text{ UGUAGLIANZA VERA} \Rightarrow \text{OK!} \\ 6 - 2 + 2z = 3z + 3 \Rightarrow z = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 7 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{cases}$$

$P(7,0,1)$ è il punto di intersezione delle 2 rette

265 Scrivi le equazioni cartesiane della retta passante per il punto $P(1;-1;1)$ e parallela alla retta data dall'intersezione dei piani α: $2x+y-2z-3=0$ e β: $x+5z=1$.

$\left[\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-12}=1-z\right]$

$$\begin{cases} 2x+y-2z-3=0 \\ x+5z=1 \end{cases}$$

devo trovare il vettore direzione $\vec{v}=(l,m,n)$ di questa retta

$\Downarrow$ la scrivo in forma parametrica

$$\begin{cases} 2x+y-2K-3=0 \\ x+5K=1 \\ z=K \end{cases} \quad \begin{cases} x=1-5K \\ 2(1-5K)+y-2K-3=0 \\ z=K \end{cases} \quad \begin{cases} x=1-5K \\ 2-10K+y-2K-3=0 \\ z=K \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1-5K \\ y=1+12K \\ z=K \end{cases} \qquad \vec{v}=(-5,12,1)$$

La retta richiesta, parallela a quella data, ha vettore diret. $\vec{v}=(-5,12,1)$ e passa per $P(1,-1,1)$

$$\frac{x-1}{-5}=\frac{y+1}{12}=z-1$$

in forma cartesiana

$$\begin{cases} x=1-5K \\ y=-1+12K \\ z=1+K \end{cases}$$

in forma parametrica

266 Scrivi le equazioni parametriche della retta passante per il punto $A(-4;2;3)$ e parallela a quella passante per i punti $P(-1;2;1)$ e $Q(6;0;4)$.

$\left[\begin{cases} x=-4+7t \\ y=2-2t \\ z=3+3t \end{cases}\right]$

il vettore direzione è $\overrightarrow{PQ}=(6-(-1),0-2,4-1)=(7,-2,3)$

la retta per A con questo vettore direzione è

$$\begin{cases} x=-4+7K \\ y=2-2K \\ z=3+3K \end{cases}$$

277 Trova, se esiste, il punto di intersezione tra il piano α: $4x-y+2z-3=0$ e la retta r: $\begin{cases} x=-2-2t \\ y=1+t \\ z=-5-t \end{cases}$.

$[(2;-1;-3)]$

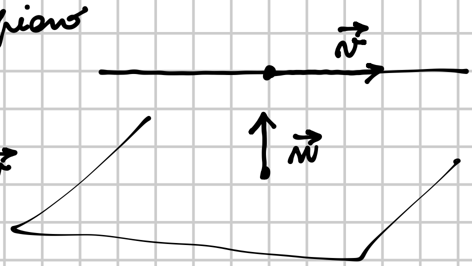
$$\begin{cases} x=-2-2t \\ y=1+t \\ z=-5-t \\ 4x-y+2z-3=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} // \\ 4(-2-2t)-(1+t)+2(-5-t)-3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} // \\ -8-8t-1-t-10-2t-3=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \\ -11t=22 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \\ z=-3 \\ t=-2 \end{cases}$$

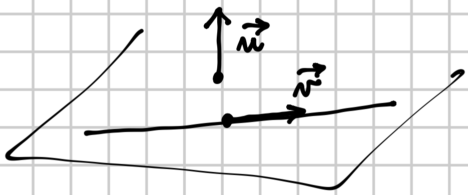
$P(2,-1,-3)$

se la retta e il piano ~~non~~ non hanno punti in comune si dice che sono PARALLELI

Una retta parallela a un piano è tale che $\vec{n}\cdot\vec{v}=0$, cioè il vettore direzione $\vec{v}$ della retta è perpendicolare al vettore normale $\vec{n}$ del piano



ATTENZIONE! Se la retta giace sul piano, $\vec{n}$ e $\vec{v}$ sono comunque perpendicolari



278 Stabilisci se la retta r di equazioni $\begin{cases} 2x - y + z - 1 = 0 \\ 5x + 3y - 8 = 0 \end{cases}$ è parallela al piano di equazione $x - y + z + 10 = 0$.

Vediamo se c'è un punto di intersezione

1) se non c'è: retta e piano PARALLELI

2) se ce n'è uno: retta e piano sono INCIDENTI

3) se ce ne sono infiniti: la retta GIACE nel piano

$$\begin{cases} 2x - y + z - 1 = 0 \\ 5x + 3y - 8 = 0 \\ x - y + z + 10 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - \cancel{y} + \cancel{y} - x - 10 - 1 = 0 \\ 5x + 3y - 8 = 0 \\ z = y - x - 10 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 11 \\ 55 + 3y - 8 = 0 \Rightarrow y = -\frac{47}{3} \\ z = -\frac{47}{3} - 11 - 10 = \frac{-47-33-30}{3} = -\frac{110}{3} \end{cases}$$

ALTERNATIVAMENTE

$$\begin{cases} 2x - y + z - 1 = 0 \\ 5x + 3y - 8 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x - y + t - 1 = 0 \\ 5x + 3y - 8 = 0 \\ z = t \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 2x + t - 1 \\ 5x + 3(2x + t - 1) - 8 = 0 \\ z = t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \\ 5x + 6x + 3t - 3 - 8 = 0 \\ \\ \end{cases} \qquad \begin{cases} \\ 11x = 11 - 3t \\ \\ \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 1 - \frac{3}{11}t \\ y = 2\left(1 - \frac{3}{11}t\right) + t - 1 \\ z = t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 - \frac{3}{11}t \\ y = 2 - \frac{6}{11}t + t - 1 = \frac{5}{11}t + 1 \\ z = t \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 1 - \frac{3}{11}t \\ y = 1 + \frac{5}{11}t \\ z = t \end{cases}$$

vett. direz. retta

$$\vec{v} = \left(-\frac{3}{11}, \frac{5}{11}, 1\right)$$

$$\vec{n} = (1, -1, 1)$$ vett. normale del piano

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = -\frac{3}{11} \cdot 1 + \frac{5}{11} \cdot (-1) + 1 \cdot 1 = -\frac{8}{11} + 1 = \frac{3}{11} \neq 0$$

↳ NON sono perpendicolari

⇒ RETTA E PIANO INCIDENTI