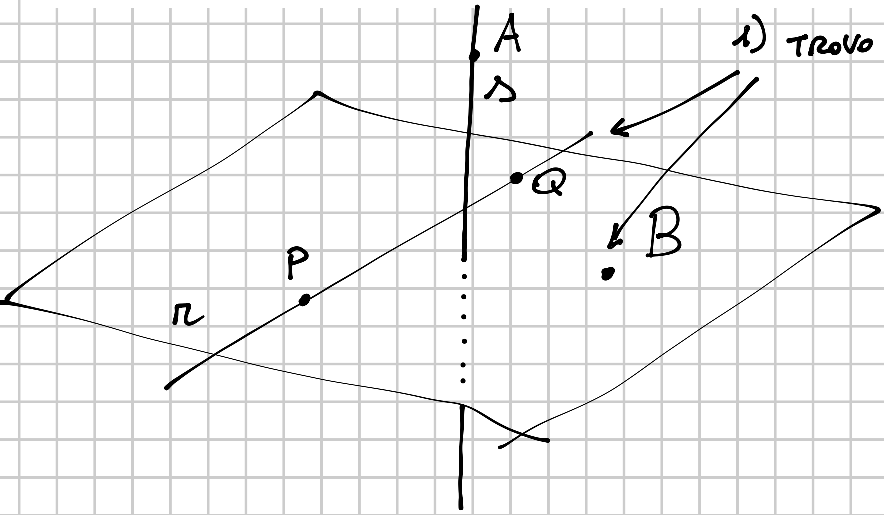
291 Scrivi le equazioni cartesiane della retta s passante per il punto $A(1;\,2;\,3)$ e perpendicolare al piano β, che contiene la retta r di equazioni $\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+1}{1}$ e passa per il punto $B(6;\,0;\,1)$.

$\left[\frac{x-1}{7}=y-2=\frac{3-z}{16}\right]$



1) TROVO IL PIANO CHE CONTIENE r E B

2) TROVO LA RETTA s PERPENDICOLARE AL PIANO E PASSANTE PER A

1) Per trovare il piano posso determinare due punti P e Q (distinti) della retta r e poi scrivo l'equazione del piano passante per P, Q, B

$$r:\ \frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+1}{1} \Rightarrow r:\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+2t \\ z=-1+t \end{cases}$$

$t=0 \Rightarrow P(1,3,-1)$

$t=1 \Rightarrow Q(3,5,0)$

$$ax+by+cz+d=0$$

$B(6,0,1)$

$P(1,3,-1)$

$Q(3,5,0)$

$$\begin{cases} 6a+c+d=0 \\ a+3b-c+d=0 \\ 3a+5b+d=0 \end{cases} \quad \begin{cases} c=-6a-d \\ a+3b+6a+d+d=0 \\ 3a+5b+d=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} // \\ 7a+3b+2d=0 \\ 3a+5b+d=0 \end{cases} \quad \begin{cases} // \\ b=\frac{-7a-2d}{3} \\ 3a+5\,\frac{-7a-2d}{3}+d=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} // \\ // \\ 9a-35a-10d+3d=0 \end{cases} \quad \begin{cases} c=-6a-d \\ b=\frac{-7a-2d}{3} \\ -26a-7d=0 \end{cases} \quad \begin{cases} \\ \\ a=-\frac{7}{26}d \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = -6a - d \\ b = \dfrac{-7a - 2d}{3} \\ -26a - 7d = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} // \\ // \\ a = -\dfrac{7}{26} d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -6 + \dfrac{26}{7} = -\dfrac{16}{7} \\ b = \dfrac{-7 + \frac{52}{7}}{3} = \dfrac{\frac{3}{7}}{3} = \dfrac{1}{7} \\ a = 1 \end{cases}$$

ASSEGNO $d = -\frac{26}{7}$

$$x + \frac{1}{7}y - \frac{16}{7}z - \frac{26}{7} = 0 \Rightarrow 7x + y - 16z - 26 = 0$$

2) Trovo la retta passante per $A(1,2,3)$, perpendicolare a $7x + y - 16z - 26 = 0$

$\vec{n} = (7, 1, -16)$

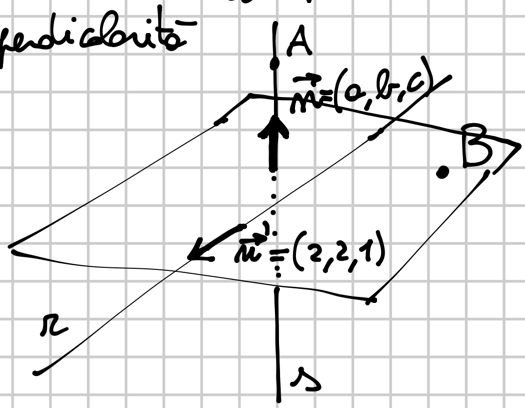
VETTORE NORMALE DEL PIANO

La retta s, essendo perpendicolare al piano, deve avere la stessa direzione di $\vec{n}$

$$\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-16}$$ ← retta per A di direzione $\vec{n}$

OSSERVAZIONE

Al posto del passaggio per P (o Q) si poteva usare la condizione di perpendicolarità



$\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$

$\vec{n} = (a, b, c)$
vettore normale del piano (e vettore direzione di s)

$\vec{n}' = (2, 2, 1)$
vettore direzione di r

$$2a + 2b + c = 0$$