

4. A una riunione partecipano 6 persone che si stringono la mano reciprocamente. Calcola quante strette di mano le persone si scambiano.

A B C D E F

Strette di mano

A B

(l'ordine non conta)



COMBINAZIONI

E F

C D

⋮

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2 \cdot 4!} = 15$$

3. In quanti modi posso formare un campione di 10 persone da intervistare in un gruppo di 30?

$$\begin{aligned} \binom{30}{10} &= \frac{30!}{10!20!} = \frac{\overset{3}{30} \cdot \overset{13}{29} \cdot \overset{5}{28} \cdot \overset{4}{27} \cdot \overset{11}{26} \cdot \overset{4}{25} \cdot \overset{11}{24} \cdot \overset{11}{23} \cdot \overset{11}{22} \cdot \overset{11}{21} \cdot \overset{11}{20}!}{\underset{5}{10} \cdot \underset{2}{9} \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 20!} \\ &= 29 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 11 \cdot 21 = \boxed{30\,045\,015} \end{aligned}$$

221 Due classi terze hanno rispettivamente 24 e 16 alunni. Vogliamo formare una rappresentanza con tre alunni, di cui due dalla terza più numerosa. Quante sono le terne che si possono formare? [4416]

L'ordine non conta

$$\binom{24}{2} \cdot \binom{16}{1} = \frac{24!}{2!22!} \cdot 16 = \frac{24 \cdot 23 \cdot 22!}{2 \cdot 22!} \cdot 16 = 4416$$

223 Quanti numeri pari di tre cifre diverse si possono scrivere utilizzando le cifre dell'insieme $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$? [40]

NUMERI PARI CHE TERMINANO CON 2

$\square \square 2$ ← FISSATO (rimangono 5 elementi)

$$D_{5,2} = 5 \cdot 4 = 20$$

NUMERI PARI CHE TERMINANO CON 4

$\square \square 4$

$$D_{5,2} = 5 \cdot 4 = 20$$

$$20 + 20 = 40$$

231 Si estraggono tre carte da un mazzo di cinquantadue. Quante sono le possibili terne? Quante sono le terne formate da tre carte di cuori? Quante terne sono formate da una figura e due assi? [22100; 286; 72]

a) $\binom{52}{3} = \frac{52!}{3!49!} = \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49!}{3 \cdot 2 \cdot 49!} = 22100$

b) $\binom{13}{3} = \frac{13!}{3!10!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10!}{3 \cdot 2 \cdot 10!} = 286$

c) ASSI 4, FIGURE 12

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{12}{1} = \frac{4!}{2!2!} \cdot 12 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2} \cdot 12 = 72$$

Si lancia una moneta per 4 volte consecutive. Calcola quante sono le possibili sequenze:

- a. di testa e croce;
 b. di testa e croce che iniziano con testa;
 c. nelle quali testa compare una volta;
 d. nelle quali compare sempre la stessa faccia.

[a) 16; b) 8; c) 4; d) 2]

e) $\begin{matrix} TTTT \\ TCCT \\ TTCT \\ \vdots \end{matrix}$ $\begin{matrix} CTTC \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix}$ $D'_{2,4} = 2^4 = \boxed{16}$

b) $\begin{matrix} \boxed{T} TTT \\ \boxed{T} TTC \\ \boxed{T} TCC \\ \uparrow \text{FISSA} \end{matrix}$ $D'_{2,3} = 2^3 = \boxed{8}$

c) $\begin{matrix} TCCC \\ CTCC \\ CCTC \\ C CCT \end{matrix}$ *Contando direttamente si vede che sono 4 oppure* $P_4^{(3)} = \frac{4!}{3!} = \boxed{4}$

d) $\begin{matrix} TTTT \\ CCCC \end{matrix}$ $\boxed{2}$