Verificare l'identità

149 $k \cdot \binom{n}{k} + (k-1) \cdot \binom{n}{k-1} = n \cdot \binom{n}{k-1}$

$$\cancel{k} \cdot \frac{n!}{\underbrace{k!}_{\cancel{k}\cdot(k-1)!}(n-k)!} + (k-1) \cdot \frac{n!}{(k-1)!(n-k+1)!} = n \cdot \frac{n!}{(k-1)!(n-k+1)!}$$

$$\frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} + \frac{(k-1)\cdot n!}{(k-1)!\underbrace{(n-k+1)!}_{(n-k+1)(n-k)!}} = \frac{n \cdot n!}{(k-1)!(n-k+1)!}$$

$$\frac{n!(n-k+1) + (k-1)\cdot n!}{(k-1)!\underbrace{(n-k+1)(n-k)!}_{(n-k+1)!}} = \frac{n \cdot n!}{(k-1)!\underbrace{(n-k+1)(n-k)!}_{(n-k+1)!}}$$

semplifico i denominatori

$$n!(n-k+1) + (k-1)\cdot n! = n \cdot n!$$

$$n!\left[n - \cancel{k} + \cancel{1} + \cancel{k} - \cancel{1}\right] = n \cdot n!$$

$$n!\, n = n \cdot n! \qquad \text{ok!!}$$

equazione

160 $6\cdot\binom{x}{x-2}-\binom{x+1}{x-2}=2\cdot\binom{x}{x-4}$ [7]

$x \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} x-4 \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 4 \quad C.E.$$

$$6\,\frac{x!}{(x-2)!\,2!}-\frac{(x+1)!}{(x-2)!\,(x+1-(x-2))!}=2\,\frac{x!}{(x-4)!\,4!}$$

$$\overset{3}{\cancel{6}}\,\frac{x(x-1)\cancel{(x-2)!}}{\cancel{(x-2)!}\,\cancel{2}}-\frac{(x+1)x(x-1)\cancel{(x-2)!}}{\cancel{(x-2)!}\,\underbrace{(\cancel{x}+1-\cancel{x}+2)!}_{3!}}=\cancel{2}\,\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)\cancel{(x-4)!}}{\cancel{(x-4)!}\,4\cdot3\cdot\cancel{2}}$$

$$3\cancel{x(x-1)}-\frac{\cancel{x(x-1)}(x+1)}{6}=\frac{\cancel{x(x-1)}(x-2)(x-3)}{12}$$

$$3-\frac{x+1}{6}=\frac{(x-2)(x-3)}{12}$$

$$\frac{36-2x-2}{\cancel{12}}=\frac{x^2-5x+6}{\cancel{12}}$$

$$x^2-3x-28=0 \qquad (x+4)(x-7)=0$$

$x=-4$ N.ACC.

$\boxed{x=7}$

Ricordare che x deve essere un numero naturale ≥ 4

277 $(2a^2+3a^3)^4$; $\quad \left(\frac{a}{2}+x\right)^8$.

Sviluppare con la formula del binomio di Newton

$$
\begin{array}{c}
1\\
1 \quad 1\\
1 \quad 2 \quad 1\\
1 \quad 3 \quad 3 \quad 1\\
n=4 \qquad \boxed{1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1}\\
1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1\\
1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad 15 \quad 6 \quad 1\\
1 \quad 7 \quad 21 \quad 35 \quad 35 \quad 21 \quad 7 \quad 1\\
n=8 \qquad \boxed{1 \quad 8 \quad 28 \quad 56 \quad 70 \quad 56 \quad 28 \quad 8 \quad 1}
\end{array}
$$

$$(A+B)^4 = A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + B^4$$

$$(2a^2+3a^3)^4 = (2a^2)^4 + 4(2a^2)^3(3a^3) + 6(2a^2)^2(3a^3)^2 + 4(2a^2)(3a^3)^3 + (3a^3)^4 =$$

$$= 16a^8 + 4\cdot 8a^6\cdot 3a^3 + 6\cdot 4a^4\cdot 9a^6 + 4\cdot 2a^2\cdot 27a^9 + 81a^{12} =$$

$$= 16a^8 + 96a^9 + 216a^{10} + 216a^{11} + 81a^{12}$$

[si poteva anche fare così: $[a^2(2+3a)]^4 = a^8(2+3a)^4$ e sviluppare ...]

$$(A+B)^8 = A^8 + 8A^7B + 28A^6B^2 + 56A^5B^3 + 70A^4B^4 + 56A^3B^5$$
$$+28A^2B^6 + 8AB^7 + B^8$$

$$\left(\frac{a}{2}+x\right)^8 = \left(\frac{a}{2}\right)^8 + 8\left(\frac{a}{2}\right)^7x + 28\left(\frac{a}{2}\right)^6x^2 + 56\left(\frac{a}{2}\right)^5x^3 + 70\left(\frac{a}{2}\right)^4x^4 + 56\left(\frac{a}{2}\right)^3x^5$$
$$+28\left(\frac{a}{2}\right)^2x^6 + 8\left(\frac{a}{2}\right)x^7 + x^8 =$$

$$= \frac{a^8}{256} + \frac{1}{16}a^7x + \frac{7}{16}a^6x^2 + \frac{7}{4}a^5x^3 + \frac{35}{8}a^4x^4 + 7a^3x^5 + 7a^2x^6$$
$$+4ax^7 + x^8$$

BINOMIO DI NEWTON $$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k =$$

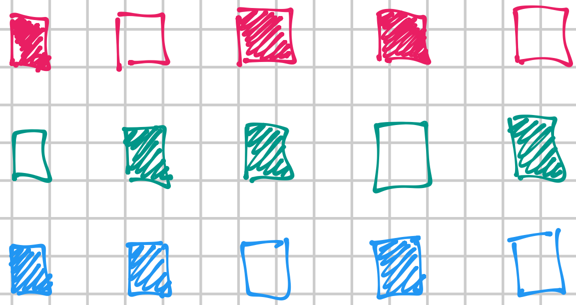
$$= \binom{n}{0} x^n y^0 + \binom{n}{1} x^{n-1} y^1 + \binom{n}{2} x^{n-2} y^2 + \dots + \binom{n}{n} x^{n-n} y^n =$$

$$= x^n + n x^{n-1} y + \dots + y^n$$

$$(x+y)^5 = (x+y)(x+y)(x+y)(x+y)(x+y) = \dots\dots \binom{5}{2} x^3 y^2 \dots$$

DOMANDA = dalla moltiplicazione, in quanti modi ottengo x^3y^2?

DOVE PRENDO LA y?



dal 2° e dal 5°

dal 1° e dal 4°

dal 3° e dal 5°

sto scegliendo 2 elementi su 5, cioè 2 posti per la y nell'insieme $\{1,2,3,4,5\}$

Quanti sono tutti i possibili sottoinsiemi di un insieme (finito) di cardinalità n? RISPOSTA = 2^n

DIMOSTRAZIONE

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 1^{n-k} \cdot 1^k =$$

FORMULA BINOMIO DI NEWTON

$\binom{n}{0}$: NUM. SOTTOINSIEMI CON 0 EL. (INS. VUOTO $\emptyset$)

$\binom{n}{1}$: NUM. SOTT. CON 1 EL.

$\binom{n}{2}$: NUM. SOTT. CON 2 EL.

$\binom{n}{n}$: NUM. SOTT. CON n EL. (L'INSIEME STESSO)

$$= (1+1)^n = 2^n$$