84 Considerate le cifre 2, 3, 4 e 5, determina quanti numeri:

a. formati da una a quattro cifre diverse si possono formare;

b. formati da una a quattro cifre anche ripetute si possono formare;

c. dispari di tre cifre diverse si possono formare;

d. maggiori di 40 e minori di 10 000 si possono formare.

[a) 64; b) 340; c)12; d) 328]

a) 1 cifra $\quad 4$ $\qquad$ 3 cifre $\quad D_{4,3} = 4\cdot 3\cdot 2$

2 cifre $\quad D_{4,2} = 4\cdot 3$ $\qquad$ 4 cifre $\quad D_{4,4} = P_4 = 4!$

$$N\ TOT = 4 + 4\cdot 3 + 4\cdot 3\cdot 2 + 4\cdot 3\cdot 2 = 4 + 12 + 24 + 24 = \boxed{64}$$

b) 1 cifra $\quad D'_{4,1} = 4$

2 cifre $\quad D'_{4,2} = 4^2$

....

$\Rightarrow \quad 4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 = \boxed{340}$

c) $A = \{2, 3, 4, 5\}$

TERMINA CON $3 \quad D_{3,2} = 3\cdot 2$

TERMINA CON $5 \quad D_{3,2} = 3\cdot 2$

$6 + 6 = \boxed{12}$

d) So già da b) che tutti i numeri che posso formare (< 10000 perché hanno al max 4 cifre) sono 340. Da questi tolgo tutti i numeri < 40.

I numeri < 40 sono:

- 1 cifra → 4 numeri
- 2 cifre che cominciano con 2 o 3 $\quad D_{4,1} + D_{4,1} = 4 + 4 = 8$

32 33 34 35

22 23 24 25

$4 + 8 = 12$

$$N = 340 - 12 = \boxed{328}$$

83 Si consideri l'insieme $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, contenente i possibili risultati del lancio di un dado. Determina, utilizzando gli elementi di D, quanti numeri si possono ottenere:

a. di al più 4 cifre;

b. di al più 4 cifre distinte;

c. multipli di 5 di al più 4 cifre distinte.

[a) 1554; b) 516; c) 86]

a) $\underbrace{6}_{\text{1 cifra}} + \underbrace{6^2}_{\text{2 cifre}} + 6^3 + 6^4 = \boxed{1554}$

1 cifra 2 cifre . . .

DISP. CON RIPETIZ.

b) $\underbrace{6}_{\text{1 cifra}} + \underbrace{6 \cdot 5}_{\text{2 cifre}} + \underbrace{6 \cdot 5 \cdot 4}_{\text{3 cifre}} + 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = \boxed{516}$

1 cifra 2 cifre 3 cifre . . .

DISP. SEMPLICI

c) i numeri devono terminare per 5.

$$\underbrace{1}_{\text{1 cifra}} + \underbrace{5}_{\text{2 cifre}} + \underbrace{D_{5,2}}_{\text{3 cifre}} + \underbrace{D_{5,3}}_{\text{4 cifre}} = 1 + 5 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 3 = \boxed{86}$$

1 cifra (solo 5)

2 cifre (termina per 5, con davanti uno dei numeri rimanenti)

3 cifre □□5

4 cifre □□□5

85 Un'urna contiene 5 palline rosse e 85 nere. Calcola quanti sono i gruppi di 5 palline che contengono:

a. una rossa e quattro nere;

b. due rosse e tre nere;

c. tre rosse e due nere;

d. quattro rosse e una nera;

e. tutte rosse.

[a) 10 123 925; b) 987 700; c) 35 700; d) 425; e) 1]

Non conta l'ordine. Le palline sono distinte (come se fossero numerate)

a) $5\cdot\binom{85}{4} = 5\cdot\frac{85!}{4!\,81!} = 5\cdot\frac{85\cdot\overset{\cancel{21}\,7}{\cancel{84}}\cdot 83\cdot\overset{41}{\cancel{82}}\cdot\cancel{81!}}{\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{81!}} = 5\cdot 85\cdot 7\cdot 83\cdot 41 = \boxed{10123925}$

b) $\binom{5}{2}\cdot\binom{85}{3} = \frac{5!}{2!\,3!}\cdot\frac{85!}{3!\,82!} = \frac{5\cdot\overset{2}{\cancel{4}}\cdot\cancel{3!}}{\cancel{2}\cdot\cancel{3!}}\cdot\frac{85\cdot\overset{14}{\overset{\cancel{42}}{\cancel{84}}}\cdot 83\cdot\cancel{82!}}{\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{82!}} = \boxed{987700}$

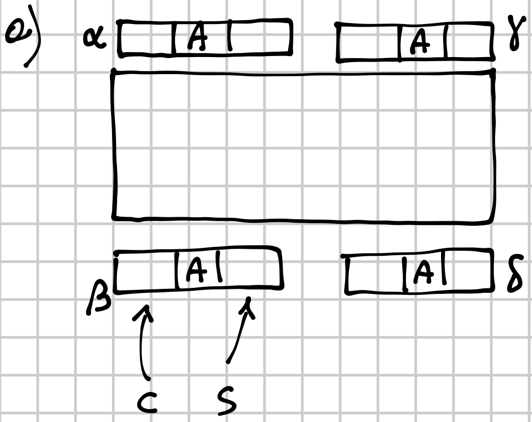
c) $\binom{5}{3}\cdot\binom{85}{2} = \frac{5!}{2!\,3!}\cdot\frac{85!}{2!\,83!} = \frac{5\cdot\cancel{4}}{\cancel{2}}\cdot\frac{85\cdot 84}{\cancel{2}} = \boxed{35700}$

d) $\binom{5}{4}\cdot\binom{85}{1} = 5\cdot 85 = \boxed{425}$

e) $\binom{5}{5}\cdot\binom{85}{0} = 5\cdot 1 = \boxed{5}$

92 **Intorno a un tavolo** Le delegazioni di quattro società, Alfa, Beta, Gamma e Delta, si incontrano per concludere un accordo commerciale. Ogni delegazione è formata da tre membri: l'amministratore delegato, un consulente tecnico, un segretario. Le delegazioni si siederanno due per parte ai lati maggiori di un tavolo rettangolare; in ogni delegazione il segretario e il consulente staranno ai lati dell'amministratore. Se Alfa e Beta non possono sedere l'una a fianco dell'altra, in quanti modi si possono disporre le delegazioni sui due lati del tavolo? Se i componenti di ciascuna delegazione si sedessero sempre affiancati ma in ordine casuale, quante sarebbero le possibili disposizioni? [256; 20736]

a)



POSSIBILITÀ C, S DI α

$$4\cdot 2\cdot 2\cdot 1\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2 = 4\cdot 2^6 = \boxed{256}$$

MODI DI DISPORRE α

MODI DI DISPORRE β

MODI DI DISPORRE γ

MODI DI DISPORRE δ

POSSIBILITÀ C, S DI β ...

b) $$4\cdot 2\cdot 2\cdot 1\cdot 3!\,3!\,3!\,3! = 16\cdot(3!)^4 = \boxed{20736}$$

A, C, S si possono disporre in 3! modi