43 Da un mazzo da 52 carte se ne estraggono 4, rimettendo la carta estratta nel mazzo dopo ogni estrazione. Calcola la probabilità di:

a. non estrarre 4 assi;

b. estrarre più di 3 assi;

c. estrarre al massimo 3 assi.

$\left[\text{a) } \frac{28560}{28561}; \text{ b) } \frac{1}{28561}; \text{ c) } \frac{28560}{28561}\right]$

Ω = spazio dei casi elementari = insieme delle disposizioni con ripetizione di 52 elementi di classe 4

$$|\Omega| = D'_{52,4} = 52^4$$

a) E_1 = "non estrarre 4 assi" = "estrarre almeno una carta che non sia un asso" = evento contrario di "estrarre 4 assi"

$\bar{E}_1$ = "estrarre 4 assi"

$$|\bar{E}_1| = D'_{4,4} = 4^4$$

$$p(E_1) = 1 - p(\bar{E}_1) = 1 - \frac{4^4}{52^4} = 1 - \left(\frac{\cancel{4}^{\,1}}{\cancel{52}_{\,13}}\right)^4 = 1 - \left(\frac{1}{13}\right)^4 =$$

$$= 1 - \frac{1}{28561} = \frac{28561 - 1}{28561} = \frac{28560}{28561}$$

b) E_2 = "estrarre più di 3 assi" = "estrarre 4 assi"

$$p(E_2) = \frac{|E_2|}{|\Omega|} = \frac{D'_{4,4}}{52^4} = \frac{4^4}{52^4} = \left(\frac{1}{13}\right)^4 = \frac{1}{28561}$$

c) E_3 = "estrarre al massimo 3 assi" = non "estrarre 4 assi"

EVENTO CONTRARIO DI "estrarre 4 assi"

$$p(E_3) = 1 - \underbrace{\frac{1}{28561}}_{\text{appena calcolato}} = \frac{28560}{28561}$$

infatti si ha $E_1 = E_3$

44 In un sacchetto ci sono dieci palline numerate da 1 a 10. Si estraggono tre palline con reimmissione.

a. Qual è la probabilità che nessuna pallina estratta abbia il numero 7?

b. Calcola la probabilità che al massimo due palline estratte abbiano il numero 7.

[a) $\frac{729}{1000}$; b) $\frac{999}{1000}$]

$|\Omega| = D'_{10,3} = 10^3$

a) $E_1 =$ "nessuna pallina con 7" $\quad |E_1| = D'_{9,3} = 9^3$

153

266

898

⋮

$$p(E_1) = \frac{9^3}{10^3} = \left(\frac{9}{10}\right)^3 = \frac{729}{1000}$$

b) $E_2 =$ "al massimo 2 palline abbiano il 7"

$\bar{E}_2 =$ "3 palline con 7"

$$p(E_2) = 1 - p(\bar{E}_2) = 1 - \frac{1}{1000} = \frac{999}{1000}$$

45 **TEST** Un'urna contiene 5 palline bianche e 3 nere non distinguibili al tatto. La probabilità che, estraendo contemporaneamente 3 palline, esse siano una bianca e due nere è:

A $\frac{15}{32}$.

B $\frac{15}{56}$.

C $\frac{17}{32}$.

D $\frac{5}{56}$.

$|\Omega| = \binom{8}{3}$

$|E| = 5 \cdot \binom{3}{2}$

$$p(E) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{5 \cdot \binom{3}{2}}{\binom{8}{3}} = \frac{5 \cdot 3}{\frac{8!}{3!\,5!}} =$$

$$= 5 \cdot 3 \cdot \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{5!}}{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5!}} = \frac{15}{56}$$