56 Si lancia consecutivamente un dado due volte. Calcola la probabilità che le due facce:

a. abbiano la somma dei punteggi uguale a 9;

b. abbiano la somma dei punteggi maggiore di 9;

c. abbiano due numeri che siano divisori di 6.

$\left[\text{a) } \frac{1}{9}\text{; b) } \frac{1}{6}\text{; c) } \frac{4}{9}\right]$

$$\Omega = \{(1,1), (1,2), (1,3), \dots, (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

SPAZIO DEI CASI ELEMENTARI $\quad |\Omega| = D'_{6,2} = 6^2 = 36$

a) $E =$ "somma punteggi 9" $= \{(3,6), (4,5), (5,4), (6,3)\}$

$$|E| = 4 \qquad P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

b) $E_2 =$ "somma > 9" $= \{(4,6), (5,6), (6,6), (6,5), (5,5), (6,4)\}$

$$P(E_2) = \frac{|E_2|}{|\Omega|} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

c) $E_3 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,6), \dots\}$

$$\bar{E}_3 = \{\underbrace{(4,1), (4,2), \dots, (1,4), (2,4)}_{11}, \dots, \underbrace{(5,1), (5,2), \dots, (1,5), (2,5), \dots}_{11-2=9}\}$$

$(4,5), (5,4)$ già contati

DIRETTAMENTE $\quad |E_3| = D_{4,2} = 4^2 = 16$

$$P(E_3) = \frac{|E_3|}{|\Omega|} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

oppure, con l'evento contrario,

$$P(E_3) = 1 - P(\bar{E}_3) = 1 - \frac{20}{36} = \frac{4}{9}$$

60 Un'urna contiene 13 palline numerate da 1 a 13. Si estraggono contemporaneamente due palline. Calcola la probabilità che:

a. escano due numeri pari;

b. escano due numeri maggiori di 9;

c. escano un numero pari e uno dispari;

d. escano il numero 5 e uno qualunque degli altri numeri.

$\left[\text{a) } \frac{5}{26}; \text{ b) } \frac{1}{13}; \text{ c) } \frac{7}{13}; \text{ d) } \frac{2}{13}\right]$

$$|\Omega| = \binom{13}{2}$$

a) E_a = "2 pari"

$$|E_a| = \binom{6}{2}$$

$$P(E_a) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{13}{2}} = \frac{\frac{6!}{2\cdot 4!}}{\frac{13!}{2\cdot 11!}} = \frac{\frac{6\cdot 5}{\cancel{2}}}{\frac{13\cdot 12}{\cancel{2}}} = \frac{\cancel{6}\cdot 5}{13\cdot \cancel{12}_{2}} = \frac{5}{26}$$

b) $|E_b| = \binom{4}{2}$ $\qquad P(E_b) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{13}{2}} = \frac{\frac{4!}{\cancel{2}\cdot 2}}{\frac{13\cdot 12}{\cancel{2}}} = \frac{\cancel{4\cdot 3}}{13\cdot \cancel{12}} = \frac{1}{13}$

c) $|E_c| = \binom{6}{1}\cdot\binom{7}{1} = 6\cdot 7 = 42$ $\qquad P(E_c) = \frac{\overset{7}{\cancel{42}}}{13\cdot \cancel{6}_{1}} = \frac{7}{13}$

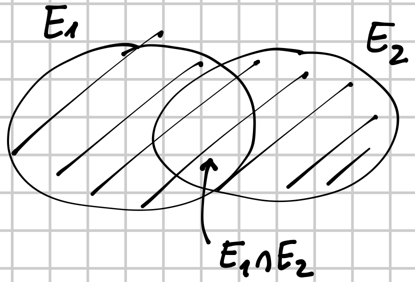
d) $|E_d| = 1\cdot 12 = 12$ $\qquad P(E_d) = \frac{\overset{2}{\cancel{12}}}{13\cdot \cancel{6}} = \frac{2}{13}$

SOMMA LOGICA (O UNIONE) DI 2 EVENTI

E_1, E_2 due eventi

SOMMA LOGICA è l'evento $E_1 \cup E_2$, cioè l'evento che si verifica se si verificano E_1 oppure E_2

(possono verificarsi anche contemporaneamente)



$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

ESEMPIO

Lancio di un dado = calcolare la probabilità che esca un numero pari o primo

DIRETTAMENTE = $E = \{2, 4, 6, 3, 5\}$ $\quad P(E) = \frac{5}{6}$

CON LA SOMMA LOGICA = $P(E) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

$$= \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

E_1 = "esce pari" = $\{2, 4, 6\}$

E_2 = "esce primo" = $\{2, 3, 5\}$

$E_1 \cap E_2$ = "esce pari e primo" = $\{2\}$

Se $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ (i due eventi non possono accadere contemporaneamente) si dice che E_1 ed E_2 sono INCOMPATIBILI

$\Downarrow$ in questo caso

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

73 Un cassetto contiene 18 calzini verdi, 6 azzurri e 4 fucsia. Calcola la probabilità che, estraendone uno a caso, questo sia verde o fucsia. $\left[\frac{11}{14}\right]$

$$P(E) = P(E_V) + P(E_F) - \underbrace{P(E_V \cap E_F)}_{=0} = \frac{18}{28} + \frac{4}{28} = \frac{22}{28} = \frac{11}{14}$$

EVENTI INCOMPATIBILI

$|\Omega| = 28$