82 Nel lancio di due dadi calcola la probabilità che il punteggio sia:

a. maggiore di 10 e divisibile per 3;
b. uguale a 4 o minore di 6;
c. dispari o multiplo di 3;
d. pari oppure non divisibile per 5.

$\left[\text{a) } \frac{1}{36}; \text{ b) } \frac{5}{18}; \text{ c) } \frac{2}{3}; \text{ d) } \frac{8}{9}\right]$

$|\Omega| = D'_{6,2} = 6^2 = 36$

$\Omega = \{(1,1),(1,2),\ldots,(5,6),(6,6)\}$

a) $E_a =$ "esce 12" $\quad |E_a| = 1$

$E_a = \{(6,6)\} \quad P(E_a) = \frac{1}{36}$

b) $E_{b1} =$ "esce 4" $\quad E_{b2} =$ "esce < 6"

$$P(E_{b_1} \cup E_{b_2}) = P(E_{b_1}) + P(E_{b_2}) - P(E_{b_1} \cap E_{b_2}) =$$

$$= \cancel{\frac{3}{36}} + \frac{10}{36} - \cancel{\frac{3}{36}} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

$E_{b_1} = \{(1,3),(2,2),(3,1)\}$

$E_{b_2} = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(4,1)\}$

$E_{b_1} \cap E_{b_2} = \{(1,3),(2,2),(3,1)\}$

c) $E_{c1} =$ "esce dispari" $= \{(1,2),(1,4),(1,6),\ldots\} \quad |E_{c_1}| = 18$

$E_{c2} =$ "multiplo di 3" $= \{(1,2),(2,1),(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1),$
$(3,6),(4,5),(5,4),(6,3),(6,6)\}$

↓
3 6 9 12

$|E_{c1}| = 12$

$E_{c_1} \cap E_{c2} = \{(1,2),(2,1),(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)\} \quad |E_{c2}| = 6$

$$P(E_c) = P(E_{c1}) + P(E_{c2}) - P(E_{c_1} \cap E_{c2}) = \frac{18}{36} + \frac{12}{36} - \frac{6}{36} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

d) E_{d_1} = "esce pari" $\qquad |E_{d_1}| = 18$ (metà dei casi)

E_{d_2} = "non div. per 5"

$$\overline{E}_{d_2} = \{(1,4),(2,3),(4,1),(3,2),(4,6),(6,4),(5,5)\}$$

$$P(E_{d_2}) = 1 - P(\overline{E}_{d_2}) = 1 - \frac{7}{36} = \frac{29}{36} \qquad P(E_{d_1}) = \frac{18}{36}$$

$$P(E_{d_1} \cap E_{d_2}) = \frac{15}{36}$$

$$|E_{d_1} \cap E_{d_2}| = \underbrace{18}_{\text{n. casi in cui esce pari}} - \underbrace{3}_{\text{n. casi in cui esce 10}} = 15$$

$$P(E_d) = P(E_{d_1}) + P(E_{d_2}) - P(E_{d_1} \cap E_{d_2}) = \frac{18}{36} + \frac{29}{36} - \frac{15}{36} = \frac{32}{36} = \frac{8}{9}$$

83 Estraendo una carta da un mazzo di 52, calcola la probabilità che:

a. sia un 3 o una figura;

b. sia un 5 o una carta rossa;

c. non sia né un 4 né una carta di cuori.

$\left[\text{a) } \frac{4}{13}; \text{ b) } \frac{7}{13}; \text{ c) } \frac{9}{13}\right]$

$|\Omega| = 52$

a) $E_1 =$ "esce 3" $\quad E_2 =$ "esce figura"

EVENTI INCOMPATIBILI

$E_1 \cap E_2 = \emptyset$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) =$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{12}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

b) $E_1 =$ "esce 5" $\quad E_2 =$ "esce carta rossa"

$E_1 \cap E_2 =$ "esce un 5 rosso" $= \{5 \text{ cuori}, 5 \text{ quadri}\}$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) = \frac{4}{52} + \frac{26}{52} - \frac{2}{52} = \frac{28}{52} = \frac{7}{13}$$

c) $E =$ "né 4, né carta di cuori"

$\bar{E} =$ "esce 4 o esce una carta di cuori"

$$P(\bar{E}) = P(\text{esce } 4) + P(\text{esce cuori}) - P(\text{esce } 4 \text{ di cuori}) =$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

$$P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - \frac{4}{13} = \frac{9}{13}$$

91 Un'urna contiene 4 palline gialle, 2 verdi e 7 bianche. Si estraggono consecutivamente 2 palline, senza rimettere la pallina estratta nell'urna. Calcola la probabilità che:

a. siano dello stesso colore;

b. nessuna sia bianca;

c. almeno una sia verde;

d. la prima sia gialla e l'altra o verde o bianca.

[a) $\frac{14}{39}$; b) $\frac{5}{26}$; c) $\frac{23}{78}$; d) $\frac{3}{13}$]

$|\Omega| = D_{13,2} = 13 \cdot 12$

a) E = "tutte dello stesso colore"

$P(E) = P(\text{GIALLE}) + P(\text{VERDI}) + P(\text{BIANCHE}) =$

$= \frac{\cancel{4}^{2} \cdot 3}{13 \cdot \cancel{12}_{6}} + \frac{\cancel{2} \cdot 1}{13 \cdot \cancel{12}_{6}} + \frac{7 \cdot \cancel{6}^{3}}{13 \cdot \cancel{12}_{6}} = \frac{6 + 1 + 21}{13 \cdot 6} = \frac{\cancel{28}^{14}}{13 \cdot \cancel{6}_{3}} = \frac{14}{39}$

OSSERVAZIONE

Usando le combinazioni semplici $|\Omega| = \binom{13}{2} = \frac{13!}{2 \cdot 11!} = \frac{13 \cdot 12}{2} = 13 \cdot 6$

$P(E) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{13}{2}} + \frac{\binom{2}{2}}{\binom{13}{2}} + \frac{\binom{7}{2}}{\binom{13}{2}} = \frac{\frac{4!}{2 \cdot 2}}{13 \cdot 6} + \frac{1}{13 \cdot 6} + \frac{\frac{7 \cdot 6 \cdot \cancel{5!}}{2 \cdot \cancel{5!}}}{13 \cdot 6} =$

$= \frac{3 \cdot 2}{13 \cdot 6} + \frac{1}{13 \cdot 6} + \frac{21}{13 \cdot 6} = \ldots = \frac{14}{39}$

b) $P(E) = P(\text{tutte verdi}) + P(\text{tutte gialle}) + P(\text{una verde e l'altra gialla}) =$

$= \frac{1}{13 \cdot 6} + \frac{6}{13 \cdot 6} + \frac{2 \cdot 4 + 4 \cdot 2}{13 \cdot 12} = \frac{1}{13 \cdot 6} + \frac{6}{13 \cdot 6} + \frac{\cancel{16}^{8}}{13 \cdot \cancel{12}_{6}} =$

$= \frac{\cancel{15}^{5}}{13 \cdot \cancel{6}_{2}} = \frac{5}{26}$

c) $E =$ "almeno una verde"

$\overline{E} =$ "nessuna sia verde"

$P(\overline{E}) = P(\text{BIANCHE}) + P(\text{GIALLE}) + P(\text{una BIANCA e una GIALLA}) =$

$$= \frac{7 \cdot \cancel{6}^{3}}{13 \cdot \cancel{12}_{6}} + \frac{\cancel{4}^{2} \cdot 3}{13 \cdot \cancel{12}_{6}} + \frac{7 \cdot 4 + 4 \cdot 7}{13 \cdot 12} = \frac{21 + 6}{13 \cdot 6} + \frac{\cancel{2} \cdot 4 \cdot 7}{13 \cdot \cancel{12}_{6}} = \frac{27 + 28}{13 \cdot 6} =$$

$$= \frac{55}{78}$$

$$P(E) = 1 - \frac{55}{78} = \frac{78 - 55}{78} = \frac{23}{78}$$

d) $E =$ "prima GIALLA e l'altra VERDE o BIANCA"

$E_1 =$ "prima GIALLA e l'altra VERDE" $\quad E_2 =$ "prima GIALLA e l'altra BIANCA"

$$P(E) = P(E_1) + P(E_2) = \frac{\cancel{4} \cdot 2}{13 \cdot \cancel{12}_{3}} + \frac{\cancel{4} \cdot 7}{13 \cdot \cancel{12}_{3}} = \frac{9}{39} = \frac{3}{13}$$