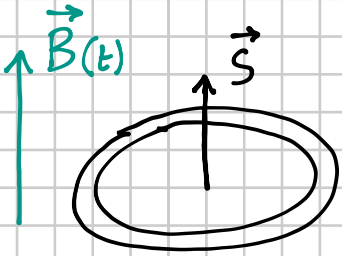
21 ◆◆◆ **CON LE DERIVATE** Una spira circolare di rame di raggio 5,0 cm e resistenza per unità di lunghezza $\rho = 12\ \Omega/\text{m}$, si trova nel centro di una seconda spira di raggio molto grande che genera un campo magnetico uniforme e variabile nel tempo secondo la legge $B(t) = B_0 + B_1 \cos(\omega t + \varphi_0)$, dove $B_0 = 0{,}50$ T, $B_1 = 0{,}22$ T e $\omega = 230$ rad/s.

- ▶ Determina la massima intensità di corrente che scorre nella spira.
- ▶ Vuoi raddoppiare la corrente massima: quale deve essere il raggio della spira di rame?

[0,11 A; 10 cm]



$r = 5{,}0$ cm $\qquad B(t) = B_0 + B_1 \cos(\omega t + \varphi_0)$

$$i(t) = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{1}{R} \frac{d(\pi r^2 B(t))}{dt} =$$

$$= -\frac{1}{R}\left(\pi r^2 B(t)\right)' =$$

$$= -\frac{1}{R} \pi r^2 B'(t) = -\frac{1}{R} \pi r^2 \left(B_1 \cdot \left(-\sin(\omega t + \varphi_0) \cdot \omega\right)\right)$$

$$= \frac{\pi r^2 B_1 \omega}{R} \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$i_{max} = \frac{\pi r^2 B_1 \omega}{R} = \frac{\cancel{\pi} r^{\cancel{2}} B_1 \omega}{\rho\, 2 \cancel{\pi} \cancel{r}} = \frac{r B_1 \omega}{2\rho} =$$

IN MODULO

Si ha per $\sin(\omega t + \varphi_0) = \pm 1$

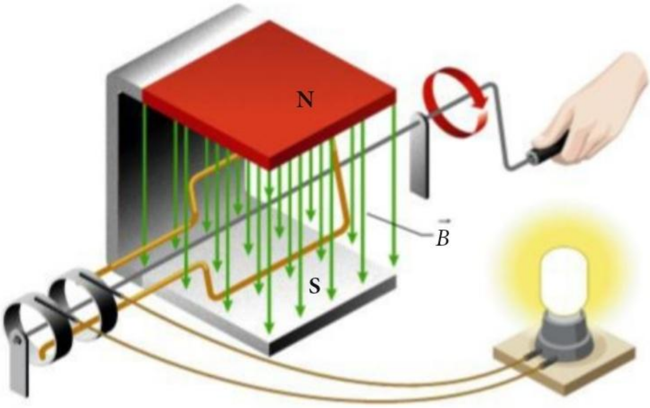
$$= \frac{(5{,}0 \times 10^{-2}\ \text{m})(0{,}22\ \text{T})(230\ \text{s}^{-1})}{2\,(12\ \Omega/\text{m})} =$$

$$= 10{,}541\ldots \times 10^{-2}\ \text{A} \simeq \boxed{0{,}11\ \text{A}}$$

$i_{max} = \dfrac{B_1 \omega}{2\rho}\, r$

la corrente max è proporzionale a r, quindi se voglio raddoppiare i_{max} devo raddoppiare il raggio $\Rightarrow r_2 = 2 \cdot 5{,}0$ cm $= \boxed{10\ \text{cm}}$

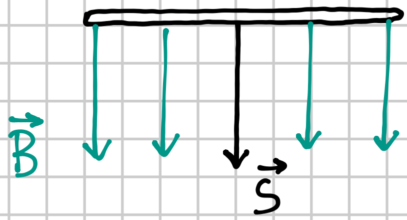
75 **CON LE DERIVATE E GLI INTEGRALI** Una spira quadrata di lato 12 cm e resistenza di 5,0 Ω è immersa in un campo magnetico uniforme di 0,23 T. Al tempo $t = 0$ s, il piano individuato dalla spira è perpendicolare al campo magnetico.



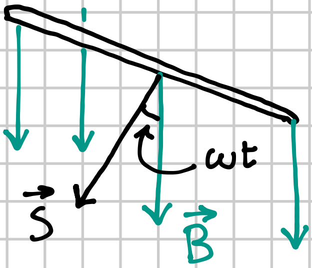
▸ Calcola la carica totale che fluisce nella spira in mezzo giro, cioè tra $t = 0$ s e $t = \pi/\omega$.

[1,3 mC]

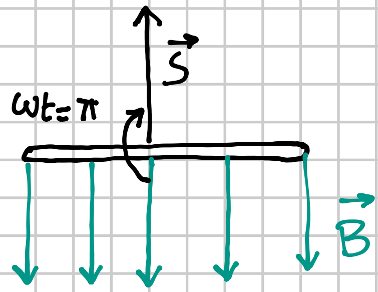
$t = 0$ s



t



$t = \frac{\pi}{\omega}$



$$\Phi_S(\vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cdot \cos \omega t$$

$$i = i(t) = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{R} BS \cdot (-\sin \omega t) \cdot \omega = \frac{BS\omega}{R} \sin \omega t$$

per definizione $i = \frac{dq}{dt} \implies dq = i\,dt$

$$dq = \frac{BS\omega}{R} \sin \omega t \, dt$$

CARICA INFINITESIMA CHE PASSA ATTRAVERSO UNA SEZIONE DELLA SPIRA NEL TEMPO dt

Per avere la carica totale devo sommare tutti i contributi dq

$$q = \int dq = \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \frac{BS\omega}{R} \sin \omega t \, dt = \frac{BS\omega}{R} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \sin \omega t \, dt =$$

$$= \frac{BS\omega}{R} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \left(-\frac{1}{\omega}\cos \omega t\right)' dt = \frac{BS\omega}{R} \left[-\frac{1}{\omega}\cos \omega t\right]_0^{\frac{\pi}{\omega}} =$$

$$= \frac{BS\omega}{R}\left[-\frac{1}{\omega}\cos \pi - \left(-\frac{1}{\omega}\cos 0\right)\right] =$$

RICORDARE CHE

$$\int_a^b f'(x)\,dx = f(b) - f(a)$$

$$[f(x)]_a^b = f(b) - f(a)$$

NOTAZIONE

$$= \frac{BS\omega}{R}\left[-\frac{1}{\omega}\cos\pi - \left(-\frac{1}{\omega}\cos 0\right)\right] = \frac{BS\omega}{R}\left[-\frac{1}{\omega}(-1) - \left(-\frac{1}{\omega}\cdot 1\right)\right] =$$

$$= \frac{BS\omega}{R}\left[\frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega}\right] = \frac{BS\cancel{\omega}}{R}\cdot\frac{2}{\cancel{\omega}} = \frac{2BS}{R} = \frac{2\,(0{,}23\,T)\,(12\times 10^{-2}\,m)^2}{5{,}0\,\Omega} =$$

$$= 13{,}248\times 10^{-4}\,C \simeq \boxed{1{,}3\times 10^{-3}\,C}$$