27 ◆◆◆ L'astronauta Jim viaggia verso una stella lontana alla velocità $v = 0{,}99c$ rispetto alla Terra, mentre il suo gemello Lee rimane sulla Terra. Jim raggiunge la stella dopo un viaggio che, misurato dagli strumenti di bordo dell'astronave, è lungo $\Delta t = 12$ a.

▶ Quanto vale la durata $\Delta t'$ dello stesso viaggio secondo l'orologio terrestre di Lee?

[85 a]

$$v = 0{,}99c \Rightarrow \beta = \frac{v}{c} = 0{,}99$$

$$\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}99^2}} \cdot 12\text{ a} = 85{,}06\ldots\text{ a} \simeq \boxed{85\text{ a}}$$

35 ◆◆◆ **ORA PROVA TU** Si vuole «dilatare» un intervallo temporale del 15%.

▶ Determina qual è la velocità necessaria per ottenere questo effetto. [0,49c]

$$\Delta t' = \gamma \Delta t \qquad \Delta t' = 1{,}15 \Delta t$$

$$1{,}15 \cancel{\Delta t} = \gamma \cancel{\Delta t}$$

$$\gamma = 1{,}15 \qquad \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1{,}15 \qquad \sqrt{1-\beta^2} = \frac{1}{1{,}15}$$

$$1-\beta^2 = \frac{1}{(1{,}15)^2} \qquad \beta^2 = 1 - \frac{1}{(1{,}15)^2} \qquad \beta = \sqrt{1-\frac{1}{(1{,}15)^2}}$$

$$\frac{v}{c}$$

$$v = \sqrt{1-\frac{1}{(1{,}15)^2}}\, c = 0{,}4938\ldots c \simeq \boxed{0{,}49c}$$

38 ◆◆◆ Un osservatore A vede in movimento a velocità costante $v = 0,22c$ un secondo osservatore B. Per l'osservatore A, l'orologio di B segna che sono trascorsi 46 s.

▶ Quanto tempo è trascorso secondo l'orologio di A?

[47 s]

$$\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-0,22^2}} 46\,s = 47,15\ldots s \simeq 47\,s$$

$\beta = 0,22$

50 ◆◆◆ A che velocità deve muoversi un oggetto affinché la sua lunghezza si riduca della metà? [$(\sqrt{3}/2)c$]

LUNGHEZZA PROPRIA

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma} \qquad \Delta x' = \frac{1}{2}\Delta x$$

LUNGHEZZA CONTRATTA

$$\frac{1}{2}\cancel{\Delta x} = \frac{\cancel{\Delta x}}{\gamma} \Rightarrow \gamma = 2$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2$$

$$1-\beta^2 = \frac{1}{4}$$

$$\beta^2 = \frac{3}{4}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{v = \frac{\sqrt{3}}{2}c}$$