55 ◆◆◆ In un dato sistema di riferimento, aumentando del 20% la velocità di una sbarra già in moto, la misura della sua lunghezza ~~propria~~ si riduce del 30%.

▶ Calcola la velocità iniziale della sbarra.

[0,73*c*]

v_1 = velocità iniziale $\quad$ v_2 = velocità finale $\Rightarrow$ $v_2 = 1{,}20\, v_1$

L_0 = lunghezza propria della sbarra $\Rightarrow$ $L_2 = 0{,}70\, L_1$

lunghezza a vel. v_2

$$L_1 = \frac{L_0}{\gamma_1} \qquad \gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_1}{c}\right)^2}}$$

$$L_2 = \frac{L_0}{\gamma_2} \qquad \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_2}{c}\right)^2}} \longrightarrow \frac{L_0}{\gamma_2} = 0{,}70\, L_1 = 0{,}70\,\frac{L_0}{\gamma_1}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\cancel{L_0}}{\gamma_2} = 0{,}70\,\frac{\cancel{L_0}}{\gamma_1}$$

$$\sqrt{1-\left(\frac{v_2}{c}\right)^2} = 0{,}70\sqrt{1-\left(\frac{v_1}{c}\right)^2}$$

$$1-\left(\frac{1{,}20\, v_1}{c}\right)^2 = (0{,}70)^2\left(1-\frac{v_1^2}{c^2}\right) \Rightarrow 1-\frac{1{,}44\, v_1^2}{c^2} = 0{,}49\left(1-\frac{v_1^2}{c^2}\right)$$

$$c^2 - 1{,}44\, v_1^2 = 0{,}49\left(c^2 - v_1^2\right)$$

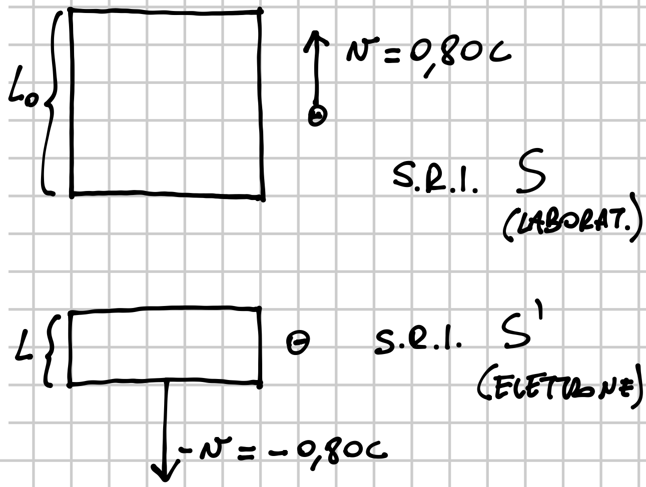
$$c^2 - 1{,}44\, v_1^2 = 0{,}49\, c^2 - 0{,}49\, v_1^2 \qquad 0{,}51\, c^2 = 0{,}95\, v_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{0{,}51}{0{,}95}}\, c = 0{,}7326\ldots\, c \simeq \boxed{0{,}73\, c}$$

59 ◆◆◆ **ORA PROVA TU** All'interno di un acceleratore di particelle è applicata una piastra di forma quadrata e area $A = 400\ \text{cm}^2$. Un elettrone passa accanto alla piastra con velocità $v = 0{,}80c$ in direzione parallela a uno dei lati.

- ▶ Calcola l'area della piastra nel sistema di riferimento dell'elettrone.
- ▶ Come calcolato sopra, nel sistema di riferimento dell'elettrone, la piastra risulta rettangolare. Determina la misura degli angoli acuti che la diagonale del rettangolo forma con i lati.

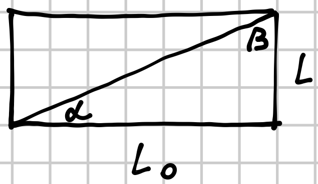
[$2{,}4 \times 10^2\ \text{cm}^2$; 59°; 31°]



$L_0 = 20\ \text{cm}$ $\qquad L = \frac{L_0}{\gamma} = \sqrt{1-(0{,}80)^2}\,(20\ \text{cm}) = 12\ \text{cm}$

$\beta = 0{,}80$ $\qquad A = (12\ \text{cm})(20\ \text{cm}) = 240\ \text{cm}^2 = \boxed{2{,}4 \times 10^2\ \text{cm}^2}$

S.R.I. ELETTRONI



$\beta = 90° - \alpha$

$L = L_0 \tan\alpha$

$\alpha = \arctan\left(\frac{L}{L_0}\right) =$

$= \arctan\left(\frac{1}{\gamma}\right) =$

$= \arctan\sqrt{1-(0{,}80)^2} =$

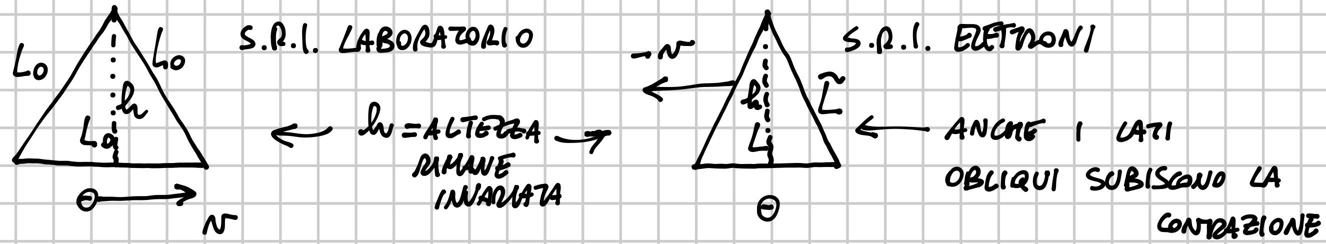
$= 30{,}96\ldots° \simeq \boxed{31°}$

$\beta \simeq 90° - 31° = \boxed{59°}$

60 **ORA PROVA TU** All'interno di un acceleratore di particelle è applicata una piastra a forma di triangolo equilatero, di lato $L_0 = 3{,}2$ cm. Un fascio di elettroni percorre l'acceleratore a velocità $v = 0{,}95c$. Uno dei lati del triangolo, preso come base, è parallelo alla velocità del fascio.

▶ Calcola il perimetro della piastra nel sistema di riferimento degli elettroni.

[6,6 cm]



$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \sqrt{1-(0{,}95)^2}\,L_0 \qquad 2p_{ELETTRONI} = 2\tilde{L} + L$$

$$\tilde{L} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} \qquad h = L_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

lunghezza lato obliquo

$$\tilde{L} = \sqrt{\left(L_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{1-(0{,}95)^2}}{2} L_0\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4} L_0^2 + \frac{1-(0{,}95)^2}{4} L_0^2} =$$

$$= \frac{L_0}{2}\sqrt{3 + 1 - (0{,}95)^2}$$

$$2p = 2\tilde{L} + L = L_0\sqrt{4-(0{,}95)^2} + \sqrt{1-(0{,}95)^2}\,L_0 =$$

$$= \left(\sqrt{4-(0{,}95)^2} + \sqrt{1-(0{,}95)^2}\right)(3{,}2\text{ cm}) = 6{,}631\ldots\text{ cm} \simeq \boxed{6{,}6\text{ cm}}$$