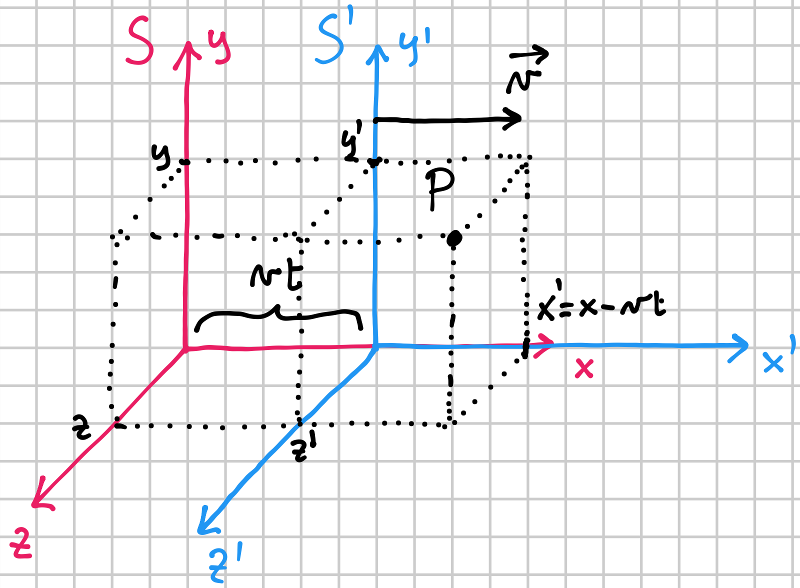
TRASFORMAZIONI DI LORENTZ

PREMESSA: TRASFORMAZIONI DI GALILEO



$$P \begin{matrix} \nearrow S \rightsquigarrow P(x, y, z, t) \\ \searrow S' \rightsquigarrow P(x', y', z', t') \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$
$\leftarrow$ TEMPO ASSOLUTO (MECCANICA NEWTONIANA)

S' si muove con velocità $\vec{v}$ costante rispetto a S nella direzione dell'asse x (verso positivo). All'istante iniziale $t = t' = 0$ i due S.R.I. coincidono.

P $\rightsquigarrow$ vel. u in S

P $\rightsquigarrow$ vel. u' in S'

$$x' = x - vt$$

$$\Downarrow \; t' = t$$

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v$$

$$u' = u - v \quad \leftarrow \text{COSTANTE}$$

$$a' = a$$

$$F' = ma' = ma = F$$

RELATIVITÀ GALILEIANA (NEWTONIANA)

Le leggi della meccanica sono le stesse in tutti i S.R.I.

$\Downarrow$

Nessun esperimento di meccanica eseguito in un solo S.R.I. può mettere in evidenza lo stato di moto di quel sistema rispetto a un altro S.R.I.

↓ differenti velocità, en. cinetiche, quantità di moto ...

↙ ma tutti concordano sulle LEGGI, ad es.: conservazione dell'en. meccanica, cons. della q.tà di moto negli urti, ...

ELETTROMAGNETISMO → il principio di relatività galileiana non vale più:

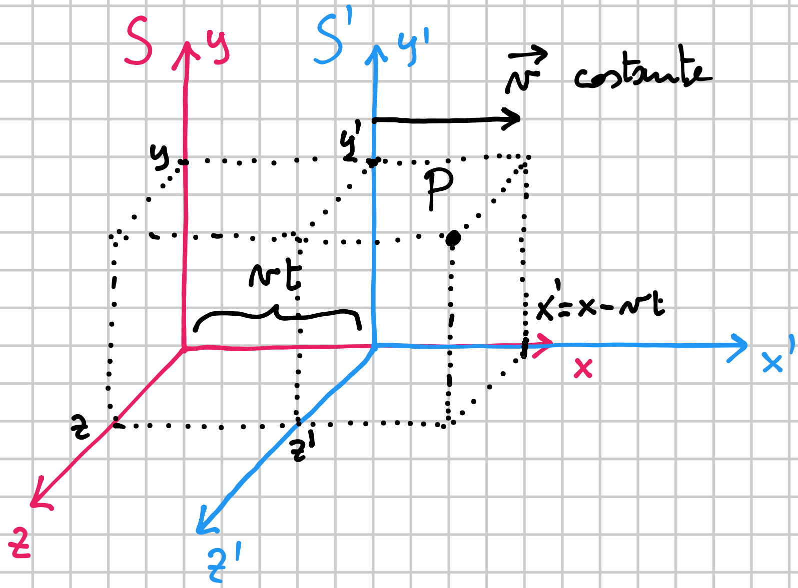
le equazioni di Maxwell non sono invarianti per trasformazioni di Galileo

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$ vel. della luce nel vuoto non è invariante per trasformazioni di Galileo

$\Downarrow$

IPOTESI DI ESISTENZA DELL'ETERE, cioè di un S.R. privilegiato, rispetto al quale la velocità della luce è c (posizione prevalente degli inizi 1900)

1904 - TRASFORMAZIONI DI LORENTZ



$$
\begin{cases}
x' = \gamma(x - vt) \\
y' = y \\
z' = z \\
t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)
\end{cases}
$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \beta = \frac{v}{c}$$

Se $c = \infty$, allora TR. DI GALILEO $\equiv$ TR. DI LORENTZ

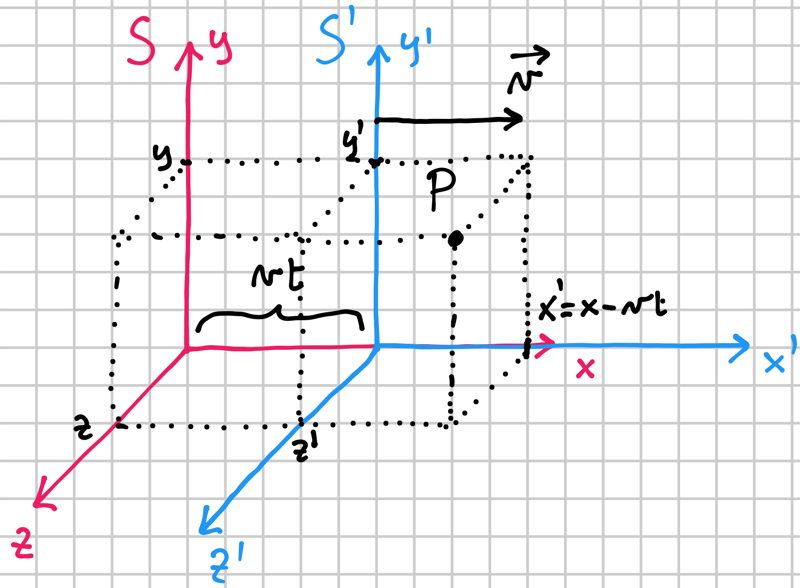
$v << c \Rightarrow \frac{\beta}{c} = \frac{v}{c^2} \to 0 \qquad \frac{\beta}{c}x \to 0 \qquad \gamma \to 1$

↑ MOLTO MINORE

(se x non è "troppo grande")

TR. DI LORENTZ ⟶ TR. DI GALILEO

DILATAZIONE DEI TEMPI



	S		S'
	$P_1(x_1, y_1, z_1, t_1)$	$\rightarrow$	$P_1(x_1', y_1', z_1', t_1')$
	$P_2(x_2, y_2, z_2, t_2)$	$\rightarrow$	$P_2(x_2', y_2', z_2', t_2')$

$\Delta x = x_2 - x_1 \qquad \Delta x' = x_2' - x_1'$

$\Delta t = t_2 - t_1 \qquad \Delta t' = t_2' - t_1'$

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c} x\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - v \Delta t) \\ \Delta y' = \Delta y \\ \Delta z' = \Delta z \\ \Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{\beta}{c} \Delta x\right) \end{cases}$$

Se due eventi A e B avvengono nello stesso posizione rispetto a S

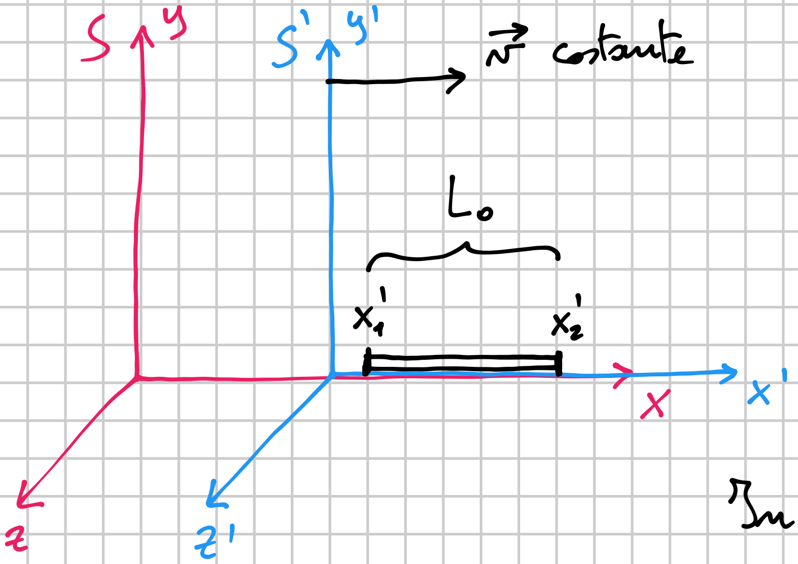
$\Downarrow$

$\Delta x = 0$

Δt tempo proprio

In S' si ha che $\Delta t' = \gamma \underbrace{\Delta t}_{\text{TEMPO PROPRIO}}$

CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE (CONTRAZIONE DI LORENTZ)



L_0 = lunghezza propria della sbarra in S'

$$L_0 = x_2' - x_1' = \Delta x'$$

In S (che vede l'asta in moto con vel. v) si devono determinare le posizioni delle sue estremità x_1 e x_2 simultaneamente

evento A = 1° estremo della sbarra in x_1 all'istante t

evento B = 2° estremo della sbarra in x_2 all'istante t

L = lunghezza valutata da S $= x_2 - x_1 = \Delta x$ $\quad \Delta t = 0$

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\underbrace{\Delta t}_{=0}) \Rightarrow \Delta x' = \gamma \Delta x$$

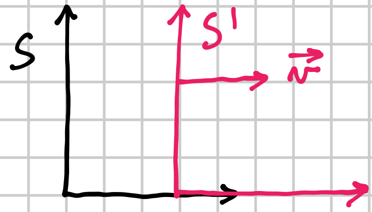
LUNGHEZZA PROPRIA

$$L_0 = \gamma L \Rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma}$$

66 ◆◆◆ Nel sistema di riferimento S un punto materiale è nella posizione $x = 40$ m all'istante $t = 0{,}10$ μs. Un secondo sistema di riferimento S' si muove lungo l'asse x nel verso positivo con velocità $v = 2{,}0 \times 10^8$ m/s.

▶ Determina le coordinate dello stesso punto materiale in S'.

[27 m; $1{,}5 \times 10^{-8}$ s]



$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right) \end{cases}$$

S

$x = 40\,\mathrm{m}$

$t = 0{,}10\,\mu\mathrm{s}$

$v = 2{,}0 \times 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{2}{3} \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{4}{9}}} =$$

S'

$x' = ?$

$t' = ?$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$x' = \gamma(x - vt) = \frac{3}{\sqrt{5}}\left(40\,\mathrm{m} - \left(2{,}0 \times 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\left(0{,}10 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}\right)\right) =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{5}}\left(40\,\mathrm{m} - 20\,\mathrm{m}\right) = 26{,}83\ldots\,\mathrm{m} \simeq \boxed{27\,\mathrm{m}}$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right) = \frac{3}{\sqrt{5}}\left(0{,}10 \times 10^{-6}\,\mathrm{s} - \frac{2}{3 \cdot 3{,}0 \times 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \cdot 40\,\mathrm{m}\right) =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{5}}\left(1{,}0 \times 10^{-7}\,\mathrm{s} - \frac{8}{9} \times 10^{-7}\,\mathrm{s}\right) = 0{,}149\ldots \times 10^{-7}\,\mathrm{s} \simeq \boxed{1{,}5 \times 10^{-8}\,\mathrm{s}}$$