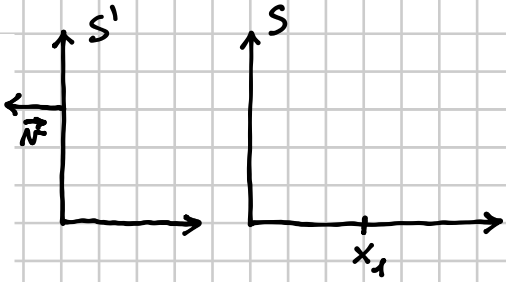
67 ◆◆◆ Una particella si muove nel verso positivo della direzione x con velocità costante nel sistema del laboratorio S. Un contatore per i raggi cosmici rileva il passaggio di una particella nella posizione $x_1 = 80$ cm all'istante $t_1 = 15$ ns. Il sistema di riferimento S' si muove nel verso negativo dell'asse x con velocità $-3c/5$. I due sistemi di riferimento sono in configurazione standard.

▸ Calcola le coordinate della particella misurate in S'.

[4,4 m; $2{,}1 \times 10^{-8}$ s]



TRASF. LORENTZ

$$\begin{cases} x' = \gamma(x + v t) \\ t' = \gamma\left(t + \frac{\beta}{c} x\right) \end{cases}$$

$\vec{v}$ è diretta nel verso negativo dell'asse x

S

$x_1 = 80$ cm

$t_1 = 15 \times 10^{-9}$ s

S'

$x_1' = ?$

$t_1' = ?$

MODULO

$v = \frac{3}{5} c$

$\beta = \frac{3}{5}$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{9}{25}}} = \frac{1}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{4}$$

$$x_1' = \frac{5}{4}\left(0{,}80\ \text{m} + \frac{3}{\cancel{5}}\left(3{,}0 \times 10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\left(\overset{3}{\cancel{15}} \times 10^{-9}\ \text{s}\right)\right) =$$

$$= \frac{5}{4}\left(0{,}80\ \text{m} + 27 \times 10^{-1}\ \text{m}\right) =$$

$$= \frac{5}{4}\left(3{,}5\ \text{m}\right) = 4{,}375\ \text{m} \simeq \boxed{4{,}4\ \text{m}}$$

$$t_1' = \frac{5}{4}\left(15 \times 10^{-9}\ \text{s} + \frac{\cancel{3} \cdot 0{,}80\ \text{m}}{5 \cdot \cancel{3{,}0} \times 10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) = \frac{5}{4}\left(15 \times 10^{-9}\ \text{s} + \frac{0{,}80}{5} \times 10^{-8}\ \text{s}\right) =$$

$$= \frac{5}{4}\left(15 + \frac{8{,}0}{5}\right) \times 10^{-9}\ \text{s} = 20{,}75 \times 10^{-9}\ \text{s} \simeq \boxed{2{,}1 \times 10^{-8}\ \text{s}}$$

68 Nel sistema di riferimento inerziale S viene osservato il moto di due elettroni. Il primo viene rilevato in $x_1 = 3{,}0$ m al tempo $t_1 = 1{,}0$ ns, il secondo viene rilevato in $x_2 = 8{,}20$ m al tempo $t_2 = 2{,}0$ ns. Un secondo sistema di riferimento S', in configurazione standard con S, ha velocità $v = -c/4$ rispetto a S.

- Calcola posizione e istante di rilevazione dei due elettroni nel sistema di riferimento S'.

[3,2 m; 3,6 ns; 8,6 m; 9,1 ns]

$$\begin{cases} x' = \gamma(x + vt) \\ t' = \gamma\left(t + \frac{\beta}{c}x\right) \end{cases}$$

perché $\vec{v}$ è nel verso negativo

$\beta = \frac{1}{4}$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{15}{16}}} = \frac{4}{\sqrt{15}}$$

1° elettrone

S	S'
$x_1 = 3{,}0\ m$	$x'_1 = ?$
$t_1 = 1{,}0 \times 10^{-9}\ s$	$t'_1 = ?$

$$x'_1 = \frac{4}{\sqrt{15}}\left(3{,}0\ m + \frac{3{,}0\times10^{8}\ \frac{m}{s}}{4}\cdot(1{,}0\times10^{-9}\ s)\right) =$$

$$= 3{,}175\ldots\ m \simeq \boxed{3{,}2\ m}$$

$$t'_1 = \frac{4}{\sqrt{15}}\left(1{,}0\times10^{-9}\ s + \frac{1}{4\cdot(\cancel{3{,}0}\times10^{8}\ \frac{m}{s})}(\cancel{3{,}0}\ m)\right) =$$

$$= \frac{4}{\sqrt{15}}\left(1{,}0\times10^{-9}\ s + 2{,}5\times10^{-9}\ s\right) = 3{,}614\ldots\times10^{-9}\ s$$

$$\simeq \boxed{3{,}6\ ns}$$

2° elettrone

$x_2 = 8{,}20\ m$

$t_2 = 2{,}0\times10^{-9}\ s$

$$x'_2 = \frac{4}{\sqrt{15}}\left(8{,}20\ m + \frac{3{,}0\times10^{8}\ \frac{m}{s}}{\cancel{4}_{\,2}}(\cancel{2{,}0}\times10^{-9}\ s)\right) =$$

$$= \frac{4}{\sqrt{15}}\left(8{,}20\ m + 0{,}15\ m\right) = 8{,}623\ldots\ m \simeq \boxed{8{,}6\ m}$$

$$t'_2 = \frac{4}{\sqrt{15}}\left(2{,}0\times10^{-9}\ s + \frac{8{,}20\ m}{4\cdot(3{,}0\times10^{8}\ \frac{m}{s})}\right) = \frac{4}{\sqrt{15}}\left(2{,}0\times10^{-9}\ s + \frac{82{,}0}{12}\times10^{-9}\ s\right) =$$

$$= 9{,}123\ldots\times10^{-9}\ s \simeq \boxed{9{,}1\ ns}$$