4 Il muone è una particella con la stessa carica dell'elettrone, ma massa circa 200 volte maggiore; il muone è instabile e ha un tempo di vita medio $\tau_0 = 2{,}2\ \mu s$ nel sistema di riferimento in cui è a riposo, prima di decadere dando luogo ad altre particelle. In relazione a un sistema di riferimento fisso rispetto al terreno, il tempo di vita medio τ del muone risulta maggiore a causa del fenomeno della dilatazione temporale.

▶ Mostra che la velocità del muone può essere espressa in funzione delle vite medie τ_0 e τ:

$$v = c\sqrt{1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2}$$

$$\tau = \gamma \tau_0 \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\tau_0}{\tau} = \frac{1}{\gamma}$$

$$\frac{\tau_0}{\tau} = \sqrt{1-\beta^2} \qquad 1-\beta^2 = \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2$$

$$\beta^2 = 1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2 \qquad \beta = \sqrt{1-\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2}$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1-\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2} \Rightarrow \boxed{v = c\sqrt{1-\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2}}$$

▶ Mostra che l'espressione ricavata vale qualsiasi sia il tempo di vita medio misurato nel sistema di riferimento solidale con il terreno; a quale valore tende la velocità quando la vita media del muone è molto maggiore di τ_0?

$\tau > \tau_0$ perché τ_0 è il TEMPO PROPRIO

$\Rightarrow \frac{\tau_0}{\tau} < 1$ quindi il radicando della formula è sempre positivo, e la formula ha dunque sempre senso per qualsiasi τ (tempo non proprio)

$$\lim_{\tau \to +\infty} v = \lim_{\tau \to +\infty} c\sqrt{1-\underbrace{\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2}_{\downarrow\, 0}} = c$$

▶ Calcola la distanza percorsa da un muone che decade dopo 4,6 µs, secondo il sistema S solidale con la Terra.

$$\Delta s = v \cdot \tau = c\sqrt{1-\left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^2} \cdot \tau = \left(3{,}00 \times 10^8 \frac{m}{s}\right)\sqrt{1-\left(\frac{2{,}2}{4{,}6}\right)^2} \cdot \left(4{,}6 \times 10^{-6} s\right) =$$

$$= 12{,}11\ldots \times 10^2 \, m \simeq \boxed{1{,}2 \text{ Km}}$$

▶ Supponi che il muone sia creato a distanza $h = 10$ km dal suolo e sia diretto verso di esso a velocità $v_0 = 0{,}95c$, secondo il sistema di riferimento solidale con il terreno. Nel sistema di riferimento del muone, qual è la distanza dal suolo del muone nel momento in cui decade?

[c; 1,2 km; 2,5 km]

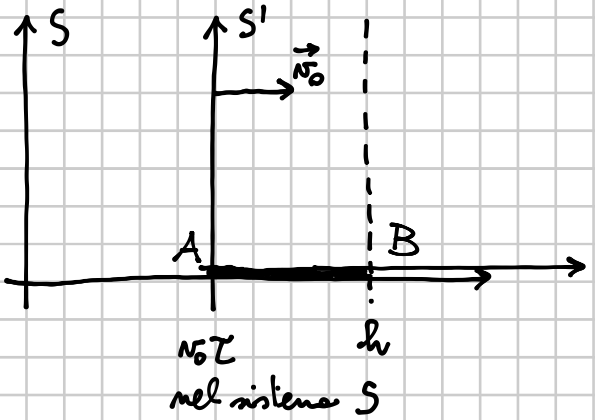
Nel S.R. del muone la distanza percorsa prima di decadere è

$$\Delta s' = v_0 \tau_0$$

$$\underset{\text{DISTANZA DAL SUOLO NEL MOMENTO IN CUI DECADE}}{d'} = \overbrace{\frac{h}{\gamma}}^{\text{lunghezza totale (contratta) vista nel S.R. del muone}} - \Delta s' = (10 \times 10^3 \, m)\sqrt{1-(\underset{\beta = 0{,}95}{0{,}95})^2} - (0{,}95)\left(3{,}0 \times 10^8 \frac{m}{s}\right)\left(2{,}2 \times 10^{-6} s\right)$$

$$= 24{,}954\ldots \times 10^2 \, m \simeq \boxed{2{,}5 \text{ Km}}$$

CON LE TRASFORMAZIONI DI LORENTZ



Fissiamo l'origine dei due S.R. nel punto in cui viene generato il muone all'istante $t = t' = 0$

Per determinare la lunghezza $\overline{AB}$ in S' dobbiamo valutare x'_A e x'_B allo <u>stesso istante</u> t' (in S')

In S' $\quad x'_A = 0 \quad$ all'istante $t' = \tau_0$

Qual è $\quad x'_B \quad$ allo stesso istante $t' = \tau_0$?

$$\begin{cases} x'_B = \gamma(x_B - v_0 t) \\ t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c} x_B\right) \underset{\substack{t'=\tau_0 \\ x_B = h}}{\Longrightarrow} \tau_0 = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c} h\right) \Longrightarrow \frac{\tau_0}{\gamma} = t - \frac{\beta}{c} h \Longrightarrow t = \frac{\tau_0}{\gamma} + \frac{\beta}{c} h \end{cases}$$

e sostituendo nella prima $\quad x'_B = \gamma\left(h - v_0 \frac{\tau_0}{\gamma} - \beta^2 h\right)$

$$\beta = \frac{v_0}{c}$$

dunque $\Delta x' = x'_B - \overbrace{x'_A}^{0} = \gamma\left(h \underbrace{(1-\beta^2)}_{\frac{1}{\gamma^2}} - v_0 \frac{\tau_0}{\gamma}\right) = \frac{h}{\gamma} - v_0 \tau_0 \quad$ come prima