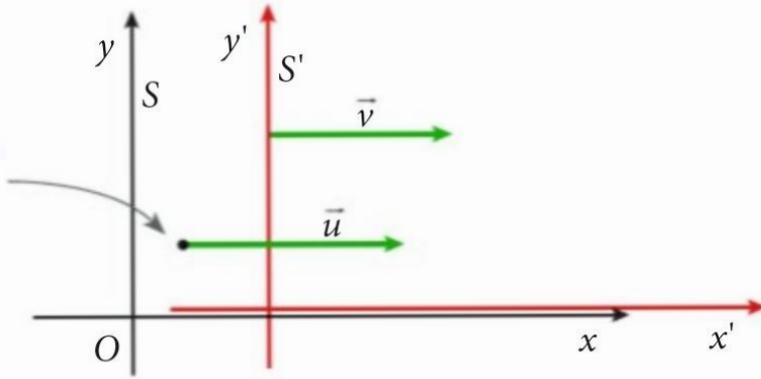


# COMPOSIZIONE RELATIVISTICA DELLE VELOCITÀ

punto materiale con velocità  $\vec{u}$  rispetto a S



$\vec{v}$  = velocità di S' rispetto a S (costante)

$\vec{u}$  = velocità del punto materiale rispetto a S

$\vec{u}' = ?$   $\vec{u}'$  = velocità del punto materiale rispetto a S'

TR. LORENTZ (POSIZIONE E TEMPO)

$$\begin{cases} x' = \gamma (x - vt) \\ t' = \gamma (t - \frac{\beta}{c} x) \end{cases} \xrightarrow[\text{a } t]{\text{derivo rispetto}} \begin{cases} \frac{dx'}{dt} = \gamma \left( \frac{dx}{dt} - v \right) \\ \frac{dt'}{dt} = \gamma \left( 1 - \frac{\beta}{c} \frac{dx}{dt} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} dx' = \gamma \left( \frac{dx}{dt} - v \right) dt \\ dt' = \gamma \left( 1 - \frac{\beta}{c} \frac{dx}{dt} \right) dt \end{cases} \quad u = \frac{dx}{dt} \text{ (vel. del punto mat. risp. a S)}$$

$$\begin{cases} dx' = \gamma (u - v) dt \\ dt' = \gamma \left( 1 - \frac{\beta}{c} u \right) dt \end{cases} \xrightarrow[\text{A MEMBRO}]{\text{DIVIDO MEMBRO}} \frac{dx'}{dt'} = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

$u'$  (vel. risp. a S')

$\Downarrow$

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

FORMULA DI COMPOSIZIONE RELATIVISTICA DELLE VELOCITÀ

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

### OSSERVAZIONE 1

Se  $u, v \ll c$ , si ha che  $\frac{uv}{c^2} \approx 0$ , per cui ritroviamo le  
formule di composizione galileiane  $u' = u - v$   
↑  
MOLTO MINORI

### OSSERVAZIONE 2

Se  $u = c$

$$u' = \frac{c - v}{1 - \frac{cv}{c^2}} = \frac{c - v}{1 - \frac{v}{c}} = \frac{c - v}{\frac{c - v}{c}} = (c - v) \cdot \frac{c}{c - v} = c$$

38

Nel sistema di riferimento  $S$  un'astronave si muove con velocità  $v = c/4$  ed emette un proiettile che, nello stesso sistema, si muove con velocità  $v' = 3c/4$ .

- Calcola la velocità del proiettile nel sistema di riferimento solidale con l'astronave.

[8c/13]

$$v = \frac{c}{4} \quad u = \frac{3}{4} c$$

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} = \frac{\frac{3}{4}c - \frac{1}{4}c}{1 - \frac{\frac{3}{4}c \cdot \frac{1}{4}c}{c^2}} = \frac{\frac{1}{2}c}{1 - \frac{3}{16}} = \frac{\frac{1}{2}c}{\frac{13}{16}} =$$

$$= \frac{1}{2}c \cdot \frac{16}{13} = \boxed{\frac{8}{13}c}$$

39

Una navetta spaziale si muove a una velocità pari a  $1,2 \times 10^8$  m/s rispetto alla Terra. Dalla navetta dev'essere lanciata una sonda che si muove a velocità doppia, sempre rispetto alla Terra.

- Calcola la velocità della sonda rispetto alla navetta.

[ $1,8 \times 10^8$  m/s]

$$v = 1,2 \times 10^8 \frac{m}{s} \quad u = 2,4 \times 10^8 \frac{m}{s}$$

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} = \frac{1,2 \times 10^8 \frac{m}{s}}{1 - \frac{(1,2)(2,4)}{(3,0)^2}} = 1,76... \times 10^8 \frac{m}{s} \approx \boxed{1,8 \times 10^8 \frac{m}{s}}$$