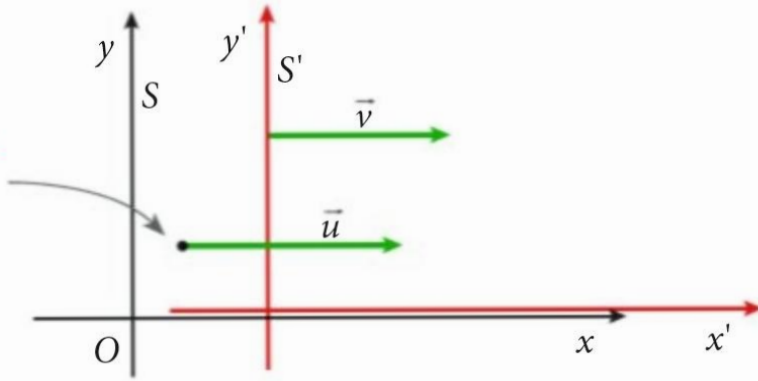


COMPOSIZIONE RELATIVISTICA DELLE VELOCITÀ

punto materiale con velocità \vec{u} rispetto a S



\vec{v} = velocità di S' rispetto a S (costante)

\vec{u} = velocità del punto materiale rispetto a S

$\vec{u}' = ?$ \vec{u}' = velocità del punto materiale rispetto a S'

TR. LORENTZ (POSIZIONE E TEMPO)

$$\begin{cases} x' = \gamma (x - vt) \\ t' = \gamma (t - \frac{\beta}{c} x) \end{cases} \xrightarrow[\text{a } t]{\text{derivo rispetto}} \begin{cases} \frac{dx'}{dt} = \gamma \left(\frac{dx}{dt} - v \right) \\ \frac{dt'}{dt} = \gamma \left(1 - \frac{\beta}{c} \frac{dx}{dt} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} dx' = \gamma \left(\frac{dx}{dt} - v \right) dt \\ dt' = \gamma \left(1 - \frac{\beta}{c} \frac{dx}{dt} \right) dt \end{cases} \quad u = \frac{dx}{dt} \text{ (vel. del punto mat. risp. a S)}$$

$$\begin{cases} dx' = \gamma (u - v) dt \\ dt' = \gamma \left(1 - \frac{\beta}{c} u \right) dt \end{cases} \xrightarrow[\text{A MEMBRO}]{\text{DIVIDO MEMBRO}} \frac{dx'}{dt'} = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

u' (vel. risp. a S')

\Downarrow

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

FORMULA DI COMPOSIZIONE RELATIVISTICA DELLE VELOCITÀ

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

OSSERVAZIONE 1

Se $u, v \ll c$, si ha che $\frac{uv}{c^2} \approx 0$, per cui ritroviamo le
formule di composizione galileiane $u' = u - v$
↑
MOLTO MINORI

OSSERVAZIONE 2

Se $u = c$

$$u' = \frac{c - v}{1 - \frac{cv}{c^2}} = \frac{c - v}{1 - \frac{v}{c}} = \frac{c - v}{\frac{c - v}{c}} = (c - v) \cdot \frac{c}{c - v} = c$$

38

Nel sistema di riferimento S un'astronave si muove con velocità $v = c/4$ ed emette un proiettile che, nello stesso sistema, si muove con velocità $v' = 3c/4$.

- Calcola la velocità del proiettile nel sistema di riferimento solidale con l'astronave.

[8c/13]

$$v = \frac{c}{4} \quad u = \frac{3}{4} c$$

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} = \frac{\frac{3}{4}c - \frac{1}{4}c}{1 - \frac{\frac{3}{4}c \cdot \frac{1}{4}c}{c^2}} = \frac{\frac{1}{2}c}{1 - \frac{3}{16}} = \frac{\frac{1}{2}c}{\frac{13}{16}} =$$

$$= \frac{1}{2}c \cdot \frac{16}{13} = \boxed{\frac{8}{13}c}$$

39

Una navetta spaziale si muove a una velocità pari a $1,2 \times 10^8$ m/s rispetto alla Terra. Dalla navetta dev'essere lanciata una sonda che si muove a velocità doppia, sempre rispetto alla Terra.

- Calcola la velocità della sonda rispetto alla navetta.

[1,8 × 10⁸ m/s]

$$v = 1,2 \times 10^8 \frac{m}{s} \quad u = 2,4 \times 10^8 \frac{m}{s}$$

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} = \frac{1,2 \times 10^8 \frac{m}{s}}{1 - \frac{(1,2)(2,4)}{(3,0)^2}} = 1,76... \times 10^8 \frac{m}{s} \approx \boxed{1,8 \times 10^8 \frac{m}{s}}$$