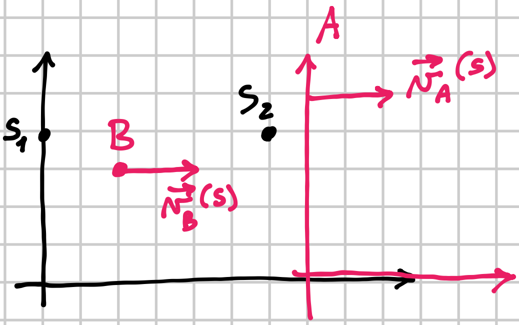
40 ◆◆◆

Due astronavi A e B viaggiano da una stazione spaziale a un'altra, coprendo la distanza di 48 minuti-luce a velocità costante. L'astronave A impiega 80 min per il viaggio, nel sistema di riferimento delle stazioni spaziali. Secondo gli orologi dell'astronave A, l'astronave B impiega 18,75 ~~12~~ min in più.

$18{,}75 = \frac{75}{4}$

▶ Calcola la velocità dell'astronave A rispetto all'astronave B. (uguale in modulo alla vel. di B rispetto ad A, cioè $v_B^{(A)}$)

[45c/331]



$$v_B^{(A)} = \frac{v_B^{(S)} - v_A^{(S)}}{1 - \frac{v_B^{(S)} v_A^{(S)}}{c^2}} = (*) \ldots \text{ (in sospeso)}$$

$$v_A^{(S)} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(48\text{ min})\cdot c}{80\text{ min}} = \frac{\cancel{48}^{\cancel{6}\,3}}{\cancel{80}_{\cancel{10}\,5}} c = \frac{3}{5} c$$

$$v_B^{(S)} = \frac{\overset{\text{COME PRIMA}}{\Delta s}}{\Delta t}$$

$\Delta t \rightarrow$ 80 min + ritardo $\rightarrow$ tempo tra gli eventi E_1 ed E_2

ritardo $\rightarrow$ VALUTATO IN A È $18{,}75\text{ min} = \frac{75}{4}\text{ min}$

E_1 = arrivo di A in S_2
E_2 = arrivo di B in S_2

Il ritardo nel sistema S delle stazioni è TEMPO PROPRIO τ (perché E_1 ed E_2 avvengono nello stesso punto)

$$\tau_A = \gamma \tau \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_A^{(S)}}{c}\right)^2}}$$

τ_A: RITARDO VALUTATO IN A; τ: RITARDO VALUTATO IN S

$$\tau = \frac{1}{\gamma}\tau_A = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} \cdot \frac{75}{4}\text{ min} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} \cdot \frac{75}{4}\text{ min} = \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}_1} \cdot \frac{\cancel{75}^{15}}{\cancel{4}}\text{ min} = 15\text{ min}$$

$$\Delta t = 80\text{ min} + \tau = 95\text{ min}$$

$$v_B^{(S)} = \frac{(48\text{ min})\,c}{95\text{ min}} = \frac{48}{95} c$$

$$(*) = v_B^{(A)} = \frac{v_B^{(S)} - v_A^{(S)}}{1 - \frac{v_B^{(S)} v_A^{(S)}}{c^2}} = \frac{\frac{48}{95}c - \frac{3}{5}c}{1 - \frac{48}{95}\cdot\frac{3}{5}} =$$

$$= \frac{\frac{48-57}{\cancel{95}}}{\frac{475-144}{\cancel{95}\cdot 5}} c = \frac{-9}{\frac{331}{5}} c = -\frac{45}{331} c$$

$$\boxed{v_A^{(B)} = -v_B^{(A)} = \frac{45}{331} c}$$