L'inerzia dell'energia

(equivalenza massa-energia)

$$\boxed{E_0 = mc^2}$$

EINSTEIN (SETT. 1905) *L'inerzia di un corpo dipende dal suo contenuto di energia?*

Fornendo una quantità di energia ΔE a un corpo, *senza che questo comporti una variazione della sua velocità*, la sua massa varia di

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{\gamma c^2}$$

In particolare, se il corpo è fermo ($v = 0 \implies \gamma = 1$) $\qquad \Delta m = \dfrac{\Delta E}{c^2}$

↓

un corpo fermo accresce la sua massa quando assorbe energia restando fermo

Possiamo quindi considerare la massa di un corpo come la misura del suo contenuto di energia quando è fermo → EQUIVALENZA MASSA-ENERGIA O INERZIA DELL'ENERGIA

$\boxed{E = \gamma mc^2}$ $\quad \xRightarrow[v=0,\ \gamma=1]{} \quad$ $\boxed{E_0 = mc^2}$

ENERGIA TOTALE DI UN CORPO

$v = 0$

$\gamma = 1$

→ MASSA INERZIALE NEWTONIANA

↓

INVARIANTE RELATIVISTICO (non cambia passando a un altro S.R.I.)

- ENERGIA A RIPOSO
- ENERGIA IN CONDIZIONI DI QUIETE
- ENERGIA "INTRINSECA" (EQUIVALENTE) DI UN CORPO DI MASSA m

La massa può convertirsi in energia e viceversa (questo fatto non ha riscontro nella meccanica newtoniana). L'effetto è troppo piccolo per essere rilevabile nell'esperienza quotidiana, ma è importante a livello nucleare e subnucleare.

L'ENERGIA TOTALE DI UN SISTEMA ISOLATO SI CONSERVA

(cioè che non interagisce con altri sistemi)

en. cinetica

ENERGIA TOTALE $\quad E = E_0 + K$

en. a riposo

ENERGIA CINETICA $\quad K = E - E_0 = \gamma mc^2 - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2$

per basse velocità $v \ll c$
diventa l'en. cinetica $\frac{1}{2}mv^2$

Infatti:

$$\lim_{x \to 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha \implies \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha + \underset{\substack{\downarrow \\ 0}}{h(x)} \quad \text{per } x \to 0$$

$$\implies (1+x)^\alpha - 1 = \alpha x + \underbrace{xh(x)}_{\substack{\downarrow \\ 0}}$$

va a 0 più velocemente di αx,
quindi è trascurabile

da cui:

$$(1+x)^\alpha - 1 \simeq \alpha x \quad \text{per } x \to 0$$

quindi:

$$\gamma - 1 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 = (1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}} - 1 = (1 + (-\beta^2))^{-\frac{1}{2}} - 1 \simeq$$

$$\simeq -\frac{1}{2}(-\beta^2) = \frac{1}{2}\beta^2 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

$$\beta = \frac{v}{c} \to 0$$

$$v \ll c$$

$$K = (\gamma - 1)mc^2 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{\cancel{c^2}}m\cancel{c^2} = \frac{1}{2}mv^2$$ en. cinetica newtoniana

Esempi e osservazioni

LA MASSA DI UN SISTEMA COMPOSTO

Nel S.R. del centro di massa

$$\underbrace{Mc^2}_{\text{en. a riposo del sistema composto}} = \sum_i \Big(m_i c^2 + \underbrace{K_i}_{\text{en. cinetiche}} + \underbrace{\textstyle\sum_j U_{ij}}_{\text{en. potenziali}}\Big)$$

LA MASSA NON È ADDITIVA

$$\to \quad M_{\text{composto}} = \sum \left(\begin{array}{c} \text{masse dei} \\ \text{costituenti} \end{array} \right) + \frac{\sum \left(\begin{array}{c} \text{energie dei} \\ \text{costituenti} \end{array} \right)}{c^2}$$

1) Un corpo acquista massa (pesa di più) se viene riscaldato, perché aumenta l'energia cinetica del moto interno di agitazione termica e quindi il contenuto di energia del corpo.

2) La massa di un nucleo atomico è inferiore alla somma delle masse dei protoni e neutroni costituenti (difetto di massa) perché include energia potenziale interna negativa.

3) Gas contenuto in un recipiente immobile:

$$E_{0\,(\text{gas})} = \sum E_i = \sum \gamma_i m_i c^2 \implies M_{(\text{gas})} = \frac{E_{0\,(\text{gas})}}{c^2} = \sum \gamma_i m_i > \sum m_i$$

MASSA DEL GAS $>$ SOMMA DELLE MASSE COSTITUENTI

L'energia è additiva, la massa NO!

4) L'energia di un corpo può essere fatta aumentare:

a) somministrandogli energia senza fargli variare velocità (riscaldandolo, facendogli assorbire radiazione elettromagnetica…)

$\to$ AUMENTA NECESSARIAMENTE ANCHE LA MASSA, dunque sia E_0 che K aumentano

b) tramite lavoro eseguito da forze applicate ad esso

$\to$ LA MASSA RIMANE COSTANTE, cambia solo γ