Energia e quantità di moto

$$E = \gamma m c^2 \qquad\qquad p = \gamma m v$$

ENERGIA — QUANTITÀ DI MOTO

$$E^2 = \frac{m^2c^4}{1-\dfrac{v^2}{c^2}} \qquad\qquad p^2 = \frac{m^2v^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$$

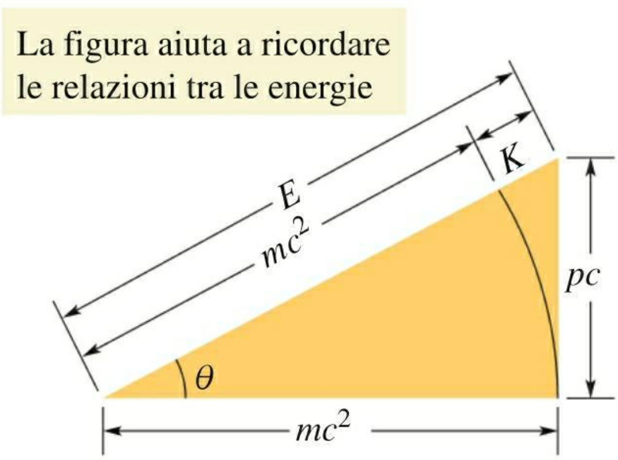
$$E^2 - c^2p^2 = \frac{m^2c^4}{1-\dfrac{v^2}{c^2}} - \frac{m^2v^2c^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}} = \frac{m^2c^4}{\cancel{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}\cancel{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} = \underset{\text{massa invariante}}{\underset{\downarrow}{m^2c^4}}$$

INVARIANTE RELATIVISTICO (NON DIPENDE DAL S.R.)

$$\boxed{\underbrace{E^2 - c^2p^2}_{\text{invariante relativistico}} = m^2c^4} \Rightarrow \underset{\text{energia totale}}{\underset{\downarrow}{E}} = \sqrt{(cp)^2 + (mc^2)^2}$$

<u>CASO QUIETE</u> $\quad p = 0 \Rightarrow E_0 = mc^2$

<u>CASO MASSA NULLA (FOTONI)</u> $\quad m = 0 \Rightarrow E = cp$



$$E\cos\theta = mc^2 \Rightarrow \gamma mc^2\cos\theta = mc^2$$
$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{\gamma}$$

$$E\sin\theta = pc \Rightarrow \gamma mc^2\sin\theta = \gamma mvc$$
$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{v}{c} = \beta$$

Particelle di massa nulla (fotoni)

$m = 0 \quad \Rightarrow \quad E = cp$

non potremmo fare lo stesso con la relazione non relativistica:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{m^2v^2}{m} = \frac{p^2}{2m}$$

<u>Una particella di massa nulla si muove necessariamente alla velocità della luce</u>

$$p = \gamma m v \qquad E = \gamma m c^2$$

$$\Downarrow$$

$$v = \frac{p}{\gamma m} = \frac{p}{\frac{E}{c^2}} = \frac{pc^2}{E}$$

$$v = \frac{c^2 p}{E}$$

questa relazione non contiene più m e viene estesa anche a particelle di massa $m = 0$

dunque $v = \dfrac{c^2 p}{cp} = c$

RICORDARE LA <u>LEGGE FONDAMENTALE DELLA DINAMICA</u>

FISICA CLASSICA		RELATIVITÀ
$\vec{F} = m\vec{a}$		$\vec{F} = \dfrac{d}{dt}(m\gamma\vec{v})$
$\vec{p} = m\vec{v}$		$\vec{p} = m\gamma\vec{v}$

$$\Longleftarrow \quad \boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}} \quad \Longrightarrow$$