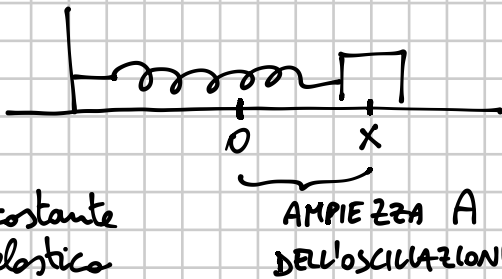


PLANCK E LO SPETTRO DEL CORPO NERO (1900)

ELETTROMAGNETISMO → Una particella carica in oscillazione con frequenza f emette un'onda E.M. di frequenza f ; viceversa, un'onda E.M. mette in oscillazione una particella carica

Tale particella viene modellizzata come un "OSCILLATORE ARMONICO"



$$x(t) = A \cos(\omega t) \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t)$$

k = costante elastica

m = massa del blocco

EN. CINETICA $K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t)$

EN. POTENZ. $U = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t)$

ENERGIA DELL'OSCILLATORE

ARMONICO

$$E = K + U = \frac{1}{2} k A^2 [\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)] =$$

$$= \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow E \propto A^2$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Classicamente, a questo oscillatore di frequenza f sono accessibili un CONTINUO di livelli energetici: è possibile mettere in oscillazione il blocco, spostandolo dalla posizione di equilibrio, con un'ampiezza arbitraria

Dato che l'emissione elettromagnetica dei corpi riscaldati non dipende dalla struttura del particolare materiale, Planck decise di adottare il modello dell'oscillatore armonico come meccanismo più semplice per immaginare come il corpo possa assorbire ed emettere radiazione.

Si trattava però di un MODELLO MATEMATICO, e non di una descrizione della realtà microfisica.

Planck aveva già usato con successo questo modello nei suoi studi precedenti.

Planck assunse dunque che il corpo nero fosse costituito da un numero infinito di oscillatori, in numero diverso per ciascuna frequenza (in modo da formare complessivamente lo spettro del corpo nero).

Era nota la formula che avrebbe portato alla determinazione del potere emissivo specifico del corpo nero:

$$E_{cN,\lambda}(T) = \frac{2\pi c}{\lambda^4} \cdot E_m$$

$E_m =$ ENERGIA MEDIA DI UN OSCILLATORE ARMONICO (A FREQUENZA f $\Rightarrow \lambda = \frac{c}{f}$)

Se il calcolo di E_m veniva affrontato classicamente e si considerava che ogni oscillatore potesse assumere qualsiasi valore dell'energia, non si arrivava alla formula corretta.

PLANCK \rightarrow divise la gamma continua di energie degli oscillatori in "pacchetti" multipli di una stessa quantità minima e ipotizzò che gli oscillatori potessero assumere solo tali valori dell'energia. \downarrow

INTENTO ORIGINARIO
DI PLANCK $\left\{ \begin{array}{l} \text{a calcoli effettuati, avrebbe} \\ \text{fatto tendere a zero questa} \\ \text{quantità minima (ritornando} \\ \text{così alla continuità).} \end{array} \right.$

L'energia di un oscillatore non può dunque assumere valori arbitrari da zero a infinito, ma solo valori discreti dati dalle formule

$$E_m^f = m h f$$

$$m = \text{INTERO} \geq 0$$

$$h = \text{costante (J}\cdot\text{s)}$$

ESEMPI

- Se un oscillatore di frequenza f passa da un'energia E_{53}^f a un'energia E_{52}^f , "cede" un "pacchetto" di energia hf ;
- se un oscillatore passa da un'energia E_{12}^f a un'energia E_{15}^f , allora "assorbe" un "pacchetto" di energia $3hf$.

\Rightarrow Il corpo nero cede o assorbe energia per PACCHETTI MULTIPLI DI hf

Planck trova così che

ENERGIA
MEDIA DI
UN OSCILLATORE
ARMONICO

$$E_m = \frac{hc}{\lambda} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$

e dunque

$$E_{CN, \lambda}(T) = 2\pi c^2 \frac{h\nu}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$

con $h = 6,62607 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ COSTANTE DI PLANCK

Sinfatti, non è possibile fare, come auspicava Planck, il limite $h \rightarrow 0$ per ritrovare il continuo, poiché si otterrebbe una formula divergente poi per $\lambda \rightarrow 0$ (ALTE FREQUENZE \Rightarrow CATASTROFE ULTRAVIOLETTA): solo se h è finita non nulla si evita la divergenza

$$\lambda \rightarrow 0 \Rightarrow e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1 \approx e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} \Rightarrow E_{CN, \lambda}(T) \approx 2\pi c^2 h \cdot \frac{e^{-\frac{hc}{\lambda k_B T}}}{\lambda^5}$$

LEGGE DI WIEN
(ACCORDO PER BASSE
LUNGHEZZE D'ONDA)

$$\lambda \rightarrow \infty \Rightarrow e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1 \approx \frac{hc}{\lambda k_B T} \Rightarrow E_{CN, \lambda}(T) \approx 2\pi c^2 \frac{h\nu}{\lambda^5} \cdot \frac{\lambda k_B T}{hc} =$$

$$e^x - 1 \approx x$$

per $x \rightarrow 0$

$$= 2\pi c k_B \frac{T}{\lambda^4}$$

LEGGE DI
RAYLEIGH-JEANS
(ACCORDO PER GRANDI
LUNGHEZZE D'ONDA)

Lo scambio di energia tra radiazione e materia, quindi, avviene in modo "QUANTIZZATO", ossia per "PACCHETTI" di energia (QUANTI) e NON in modo continuo.

Planck introduce quindi nella fisica una discontinuità, che rappresenta una rivoluzione nella fisica stessa.

Planck stesso, per molto tempo, si rifiutò di accettare le conseguenze di questa discontinuità da lui stesso introdotta: l'intento originario era infatti quello di servirsi solo come utile artificio matematico. Egli tentò in vari modi di conciliare i quanti con la teoria elettromagnetica classica (continua).

Si stava invece aprendo con il nuovo secolo anche una nuova era della fisica, in cui sarebbero stati centrali proprio i quanti e la quantizzazione dell'energia inconsueta = rivoluzionariamente introdotta da Planck.