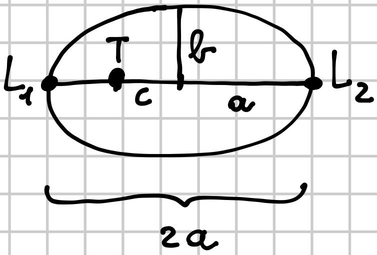
17 ◆◆◆ Nel punto più lontano (apogeo) la Luna dista $4{,}06 \times 10^5$ km dalla Terra, nel punto più vicino (perigeo) $3{,}63 \times 10^5$ km. Il periodo della Luna è di 27,32 d.

- Calcola il semiasse maggiore dell'orbita ellittica della Luna.
- Calcola la costante K della terza legge di Keplero.

[$3{,}85 \times 10^5$ km; $1{,}02 \times 10^{13}$ m^3/s^2]



SEMIASSE MAGGIORE

$$a = \frac{\underbrace{L_1T}_{\text{dist. MIN}} + \underbrace{L_2T}_{\text{dist. MAX}}}{2} =$$

$$= \frac{3{,}63 + 4{,}06}{2} \times 10^5 \text{ KM}$$

$$= \frac{7{,}69}{2} \times 10^5 \text{ Km} =$$

$$= 3{,}845 \times 10^5 \text{ Km}$$

$$\simeq \boxed{3{,}85 \times 10^8 \text{ m}}$$

$$K = \frac{a^3}{T^2} = \frac{(3{,}845 \times 10^8 \text{ m})^3}{(27{,}32 \times 3600 \times 24 \text{ s})^2} =$$

$$= 1{,}0202 \times 10^{-11} \times 10^{24} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2} = \boxed{1{,}02 \times 10^{13} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}}$$

12 **ORA PROVA TU** L'orbita di Plutone ha semiasse maggiore $a = 5{,}91 \times 10^{12}$ m ed eccentricità $e = 0{,}249$.

▶ Qual è il suo semiasse minore?

[$5{,}72 \times 10^{12}$ m]

ECCENTRICITÀ

$e = \frac{c}{a}$

a = SEMIASSE MAGGIORE c = SEMIDISTANZA FOCALE

b = SEMIASSE MINORE

$b^2 = a^2 - c^2$

$c = ea$

$$b^2 = a^2 - (ea)^2 = a^2 - e^2a^2 = a^2(1-e^2)$$

$$b = \sqrt{a^2(1-e^2)} = a\sqrt{1-e^2} =$$

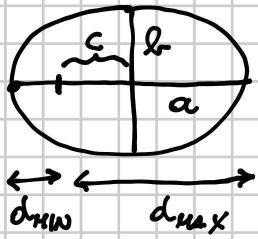
$$= (5{,}91 \times 10^{12}\,m)\sqrt{1-(0{,}249)^2} =$$

$$= 5{,}72385\ldots \times 10^{12}\,m \simeq \boxed{5{,}72 \times 10^{12}\,m}$$

13 ◆◆◆ L'orbita di Giove ha un semiasse maggiore pari a $7{,}784 \times 10^8$ km e un semiasse minore pari a $7{,}775 \times 10^8$ km. Determina:

- l'eccentricità dell'orbita di Giove;
- la distanza minima e quella massima tra Giove e il Sole.

[$4{,}807 \times 10^{-2}$; $7{,}410 \times 10^8$ km; $8{,}158 \times 10^8$ km]



$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{a^2\left(1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2\right)}}{a} = \frac{\cancel{a}\sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}}{\cancel{a}} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{7{,}775 \times \cancel{10^8\,\text{km}}}{7{,}784 \times \cancel{10^8\,\text{km}}}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{7{,}775}{7{,}784}\right)^2} = 0{,}04807389\ldots$$

$$\simeq \boxed{0{,}04807}$$

$$d_{MIN} = a - c = a - \sqrt{a^2 - b^2} = a - a\sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} =$$

$$= a\left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}\right) = 7{,}784 \times 10^8\ \text{km}\left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{7{,}775}{7{,}784}\right)^2}\right) =$$

$$= 7{,}40979\ldots \times 10^8\ \text{km} \simeq \boxed{7{,}410 \times 10^8\ \text{km}}$$

$$d_{MAX} = a + c = \ldots = a\left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}\right) = 7{,}784 \times 10^8\ \text{km}\left(1 + \sqrt{1 - \left(\frac{7{,}775}{7{,}784}\right)^2}\right) =$$

$$= 8{,}15820\ldots \times 10^8\ \text{km} \simeq \boxed{8{,}158 \times 10^8\ \text{km}}$$

ALTERNATIVA

$$c = ea$$

$$d_{MIN} = a - c = a - ea = a(1 - e) = 7{,}784 \times 10^8\ \text{km}\,(1 - 0{,}04807389\ldots)$$

$$= 7{,}4097\ldots \times 10^8\ \text{km} \simeq \boxed{7{,}410 \times 10^8\ \text{km}}$$

$$d_{MAX} = a + c = a(1 + e) = \ldots \simeq \boxed{8{,}158 \times 10^8\ \text{km}}$$