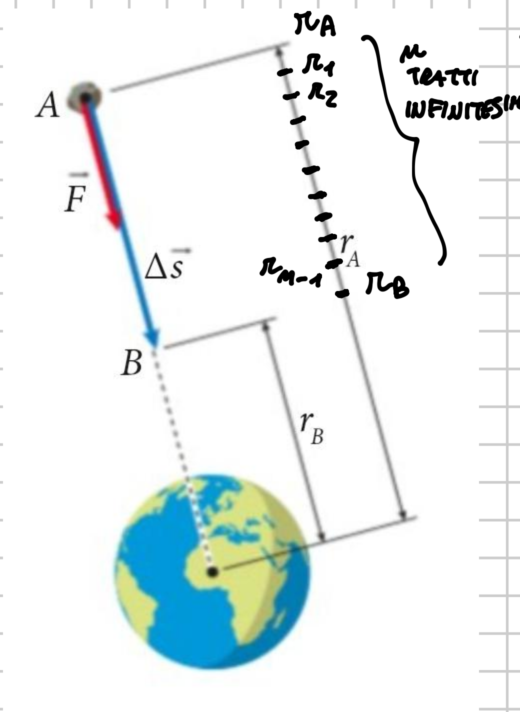
EN. POTENZIALE GRAVITAZIONALE

$$U = -G\frac{mM_T}{r} \qquad W_{A\to B} = -\Delta U = U_A - U_B$$



Il corpo m si sposta da A a B, quindi la distanza passa da r_A a r_B.
La forza, durante lo spostamento, varia:

$$F = G\frac{mM_T}{r^2}$$

Considero il pezzettino $r_A - r_1$

SPOSTAMENTO (INFINITESIMO) $= r_A - r_1$ FORZA $F = G\frac{mM_T}{r^2}$

con $r = \sqrt{r_A r_1}$ MEDIA GEOMETRICA FRA r_A E r_1

$$W_{r_A\to r_1} = \underbrace{F}_{\text{FORZA}} \cdot \underbrace{(r_A - r_1)}_{\text{SPOSTAMENTO}} = G\frac{mM_T}{\underbrace{r_A r_1}_{(\sqrt{r_A r_1})^2}} \cdot (r_A - r_1) =$$

$$= G\frac{mM_T}{\cancel{r_A} r_1}\cdot\cancel{r_A} - G\frac{mM_T}{r_A\cancel{r_1}}\cdot\cancel{r_1} =$$

$$= G\frac{mM_T}{r_1} - G\frac{mM_T}{r_A} = GmM_T\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_A}\right)$$

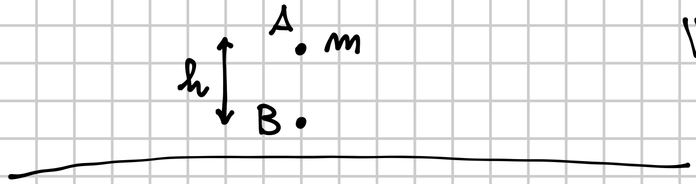
$$W_{A\to B} = W_{r_A\to r_1} + W_{r_1\to r_2} + W_{r_2\to r_3} + \dots + W_{r_{n-1}\to r_B} =$$

$$= GmM_T\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_A}\right) + GmM_T\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) + GmM_T\left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_2}\right) + \dots + GmM_T\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_{n-1}}\right)$$

$$= GmM_T\left[\cancel{\frac{1}{r_1}} - \frac{1}{r_A} + \cancel{\frac{1}{r_2}} - \cancel{\frac{1}{r_1}} + \cancel{\frac{1}{r_3}} - \cancel{\frac{1}{r_2}} + \dots + \frac{1}{r_B} - \cancel{\frac{1}{r_{n-1}}}\right] = GmM_T\left(-\frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B}\right)$$

$$= -\frac{GmM_T}{r_A} - \left(-G\frac{mM_T}{r_B}\right) = U_A - U_B$$

NEI PRESSI DELLA SUPERFICIE TERRESTRE



$$W_{A\to B} = U_A - U_B =$$

$$= -G\frac{m M_T}{r_A} + G\frac{m M_T}{r_B} =$$

$$= -G\frac{m M_T}{r_B + h} + G\frac{m M_T}{r_B} =$$

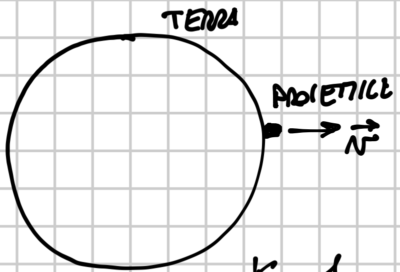
$$= G m M_T \left[-\frac{1}{r_B + h} + \frac{1}{r_B} \right] =$$

$$= G m M_T \frac{-\cancel{r_B} + \cancel{r_B} + h}{(r_B + h)\, r_B} = G m M_T \frac{h}{\underbrace{(r_B + h)}_{\simeq r_T}\underbrace{r_B}_{r_T}} \simeq m \underbrace{\frac{G M_T}{r_T^2}}_{g} h = m g h$$

VELOCITÀ DI FUGA

INIZIO

FINE ∞



$K = 0$

$U = 0$

$\Downarrow$

$U + K = 0$

$K = \frac{1}{2} m v^2$

$U = -G\frac{m M_T}{R_T}$

$U + K = \text{COSTANTE}$

QUINDI QUESTA COSTANTE DEVE ESSERE 0

$\Downarrow$

$$U + K = 0$$

$$-G\frac{\cancel{m} M_T}{R_T} + \frac{1}{2}\cancel{m} v^2 = 0$$

$$\frac{1}{2} v^2 = G\frac{M_T}{R_T} \qquad v = \sqrt{\frac{2 G M_T}{R_T}} \quad \text{VELOCITÀ DI FUGA}$$

96 ◆◆◆ Un meteorite di massa 10,0 kg colpisce la superficie terrestre.

▶ Quanto vale la sua energia potenziale gravitazionale rispetto al centro della Terra?

[$-6,25 \times 10^8$ J]

$$U = -G\frac{m M_T}{R_T} = -\left(6,67\times10^{-11}\ \frac{N\cdot m^2}{kg^2}\right)\cdot\frac{(10,0\ kg)(5,97\times10^{24}\ kg)}{6,37\times10^6\ m} =$$

$$= -62,51\ldots\times10^7\ J \simeq \boxed{-6,25\times10^8\ J}$$

99 ◆◆◆ **ORA PROVA TU** Un satellite di massa $m = 1,00 \times 10^3$ kg, viene condotto da un'altitudine $h_A = 1,00 \times 10^6$ m dalla superficie terrestre a un'altitudine $h_B = 8,00 \times 10^4$ m, perché si disintegri nell'atmosfera.

▶ Quale lavoro compie la forza gravitazionale della Terra sul satellite?

▶ Si ottiene una risposta accettabile, se si approssima la forza gravitazionale con la forza-peso a cui sarebbe sottoposto il satellite sul suolo terrestre? [$7,71 \times 10^9$ J]

$$W_{A\to B} = U_A - U_B = -G\frac{m M_T}{R_T + h_A} + G\frac{m M_T}{R_T + h_B} =$$

$$= G m M_T\left(\frac{1}{R_T + h_B} - \frac{1}{R_T + h_A}\right) =$$

$$= \left(6,67\times10^{-11}\ \frac{N\cdot m^2}{kg}\right)(1,00\times10^3\ kg)(5,97\times10^{24}\ kg)\left(\frac{1}{6,37\times10^6\ m + 0,08\times10^6\ m} - \frac{1}{6,37\times10^6\ m + 1,00\times10^6\ m}\right) = 0,77065\ldots\times10^{10}\ J \simeq \boxed{7,71\times10^9\ J}$$

CON L'APPROSSIMAZIONE DI U AL SUOLO

$$W_{A\to B} = U_A - U_B = m g h_A - m g h_B = m g (h_A - h_B) =$$

$$= (1,00\times10^3\ kg)\left(9,8\ \frac{m}{s^2}\right)(1,00\times10^6\ m - 0,08\times10^6\ m) = 9,016\times10^9\ J$$

MOLTO DIVERSO DAL PRECEDENTE

NON ACCETTABILE