EQUAZIONI IRRAZIONALI

699 $\sqrt{3x+4} = 2+x$ $[-1;0]$

$$\begin{cases} \boxed{3x+4 \geq 0} \to \text{POSSO ELIMINARLA} \\ 2+x \geq 0 \\ 3x+4 = (2+x)^2 \end{cases}$$

perché già contenuta qui

$a, b \geq 0$

$a = b \iff a^2 = b^2$

$$\begin{cases} 2+x \geq 0 \\ 3x+4 = (2+x)^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -2 \\ 3x + \cancel{4} = \cancel{4} + x^2 + 4x \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2 + x = 0 \end{cases}$$

$x(x+1) = 0$

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x = 0 \ \vee \ x = -1 \end{cases} \qquad \boxed{x = 0 \ \vee \ x = -1}$$

1) Un'equazione del tipo:

$$\sqrt{A(x)} = B(x)$$

(nel caso prec. $A(x) = 3x+4$
$B(x) = 2+x$)

è equivalente al sistema

$$\begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) = B^2(x) \end{cases} \qquad \left(B^2(x) = [B(x)]^2 \right)$$

2) Un'equazione del tipo:

$$\sqrt[3]{A(x)} = B(x)$$

è equivalente a

$$A(x) = B^3(x)$$

712 $\sqrt{x^2-1-5(x-1)}+3x=3$ $\qquad\left[1;\ \frac{5}{8}\right]$

$$\sqrt{x^2-1-5x+5}=3-3x$$

$$\begin{cases} 3-3x\geq 0 \\ x^2-5x+4=(3-3x)^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x\geq -3 \\ x^2-5x+4=9+9x^2-18x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\leq 1 \\ 8x^2-13x+5=0 \end{cases} \qquad \Delta=169-160=9$$

$$x=\frac{13\pm 3}{16}= \begin{cases} \frac{10}{16}=\frac{5}{8} \\ 1 \end{cases}$$

entrambe accettabili

$$\boxed{x=\frac{5}{8} \lor x=1}$$

715 $-x+1=\sqrt[3]{7-x^3}$ $\qquad[2;-1]$

eleviamo al cubo

$$(-x+1)^3=7-x^3$$

$$\cancel{-x^3}+3x^2-3x+1=7\cancel{-x^3}$$

$$3x^2-3x-6=0$$

$$x^2-x-2=0$$

$$(x+1)(x-2)=0 \quad \begin{cases} x+1=0 & x=-1 \\ \lor & \lor \\ x-2=0 & x=2 \end{cases}$$

$$\boxed{x=-1 \lor x=2}$$

I metodi si possono generalizzare a $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$

n PARI $\quad \sqrt[n]{A(x)} = B(x) \iff \begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) = B^n(x) \end{cases}$

n DISPARI $\quad \sqrt[n]{A(x)} = B(x) \iff A(x) = B^n(x)$

ad es. $\quad \sqrt[4]{x+1} = 3x+2$ è equivalente a $\begin{cases} 3x+2 \geq 0 \\ x+1 = (3x+2)^4 \end{cases}$