808 $\sqrt{x-1} > \sqrt{2x-1} - 1$ $[1 < x < 5]$

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x-1 \geq 0 \\ \sqrt{x-1} + 1 > \sqrt{2x-1} \end{cases} \qquad \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq \frac{1}{2} \\ x - \cancel{1} + \cancel{1} + 2\sqrt{x-1} > 2x-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ 2\sqrt{x-1} > x-1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \geq 1 \\ 4(x-1) > x^2+1-2x \end{cases}$$

in questo caso
ho che entrambi i membri
sono ≥ 0, perché vale $x \geq 1$.
Quindi posso elevare al quadrato

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 6x + 5 < 0 \\ (x-5)(x-1) \end{cases} \qquad \begin{cases} x \geq 1 \\ 1 < x < 5 \end{cases}$$

$$\boxed{1 < x < 5}$$

DISEQUAZIONI DEL TIPO $\sqrt{A(x)} > B(x)$

$$\sqrt{A(x)} > B(x)$$

$$\begin{cases} B(x) < 0 \\ A(x) \geq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) > B^2(x) \end{cases}$$

$$\sqrt{A(x)} \geq B(x)$$

$$\begin{cases} B(x) < 0 \\ A(x) \geq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) \geq B^2(x) \end{cases}$$

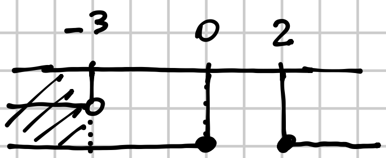
785 $\sqrt{x^2-2x}-2 \geq x+1$ $\left[x \leq -\frac{9}{8}\right]$

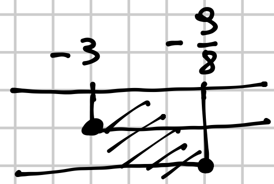
$$\sqrt{x^2-2x} \geq x+3$$

$$\begin{cases} x+3<0 \\ x^2-2x \geq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x+3 \geq 0 \\ \cancel{x^2}-2x \geq \cancel{x^2}+9+6x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x<-3 \\ x \leq 0 \vee x \geq 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x \geq -3 \\ -8x \geq 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq -\frac{9}{8} \end{cases}$$





$x<-3$ $\quad \vee \quad$ $-3 \leq x \leq -\frac{9}{8}$

UNIRE!!

$$\boxed{x \leq -\frac{9}{8}}$$

OSSERVAZIONE

Per le disequazioni del tipo $\sqrt{A(x)} \leq B(x)$

la soluzione è data da
$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) \leq B^2(x) \end{cases}$$

mettere disuguaglianze larghe

850 $\overbrace{\sqrt{x+1}}^{\sqrt{A(x)}} < \overbrace{\sqrt[3]{x-1}}^{B(x)}$ $[\nexists x \in \mathbb{R}]$

la tratto come una dis. del tipo $\sqrt{A(x)} < B(x)$

$$\begin{cases} B(x) > 0 \\ A(x) \geq 0 \\ A(x) < B^2(x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x-1} > 0 \\ x+1 \geq 0 \\ x+1 < \sqrt[3]{(x-1)^2} \end{cases} \qquad \begin{cases} x-1 > 0 \\ x \geq -1 \\ (x+1)^3 < (x-1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 1 \\ x \geq -1 \\ x^3+3x^2+3x+\cancel{1} < x^2-2x+\cancel{1} \end{cases} \quad \Big\| \; x > 1 \qquad \begin{cases} x > 1 \\ x^3+2x^2+5x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 1 \\ x\,\cancel{(x^2+2x+5)} < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases} \qquad \emptyset \qquad \nexists x \qquad \text{IMPOSSIBILE}$$

$\Delta = 4 - 20 < 0$

dunque x^2+2x+5 è
sempre positivo (cioè è $>0 \ \forall x$),
per cui non influisce sul segno
e può essere semplificato