29 Sia f la funzione che a x associa l'opposto del quadrato della sua metà e sia $A = \{-1, 2, 3, 6\}$ il suo dominio. Determina l'espressione analitica di f e il suo insieme immagine.

$\left[f(x) = -\frac{x^2}{4}; Im(f) = \left\{-\frac{1}{4}, -1, -\frac{9}{4}, -9\right\}\right]$

$f: A \longrightarrow \mathbb{R} \qquad f(x) = -\left(\frac{x}{2}\right)^2 = -\frac{x^2}{4}$

$f(-1) = -\frac{(-1)^2}{4} = -\frac{1}{4} \qquad f(3) = -\frac{9}{4}$

$f(2) = -\frac{2^2}{4} = -1 \qquad f(6) = -\frac{36}{4} = -9$

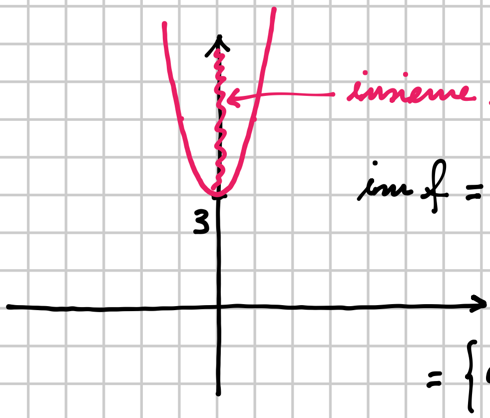
$\text{im} f = \left\{-9, -\frac{9}{4}, -1, -\frac{1}{4}\right\}$

30 Determina la funzione $y = f(x)$ che associa a ogni numero reale x il doppio del suo quadrato aumentato di 3 e indica il suo insieme immagine.

$[y = 2x^2 + 3; Im(f) = \{y \geq 3\}]$

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad f(x) = 2x^2 + 3$

$y = 2x^2 + 3$



insieme immagine

$\text{im} f = [3, +\infty) =$

$= \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 3\}$

INTERVALLI

$a, b \in \mathbb{R} \qquad \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$

$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ INTERVALLO CHIUSO

$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ INTERVALLO APERTO

$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ INTERVALLO SEMIAPERTO

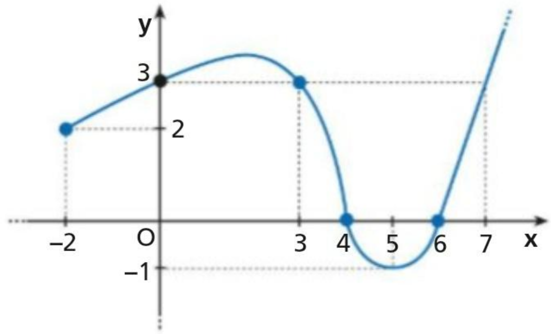
$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ INTERVALLO SEMIAPERTO

$[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$ INTERVALLO CHIUSO ILLIMITATO (SUPERIORMENTE)

$(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$ INTERVALLO APERTO ILLIMITATO (INFERIORMENTE)

$\vdots$

36 **LEGGI IL GRAFICO** Completa utilizzando il grafico della figura, che rappresenta una funzione f.



Insieme immagine $Im(f) =$ $[-1,+\infty)$; $f(4) = \boxed{0}$, $f(0) = \boxed{3}$;

$f(\boxed{6}) = 0$, $f(\boxed{5}) = -1$, $f(\boxed{3}) = 3$;

anche $f(0)=f(7)=3$

$f(-2) = \boxed{2}$; $2 \cdot f(3) = \boxed{6}$.

andava bene anche $f(4)=0$

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

60 Data la funzione $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ così definita:

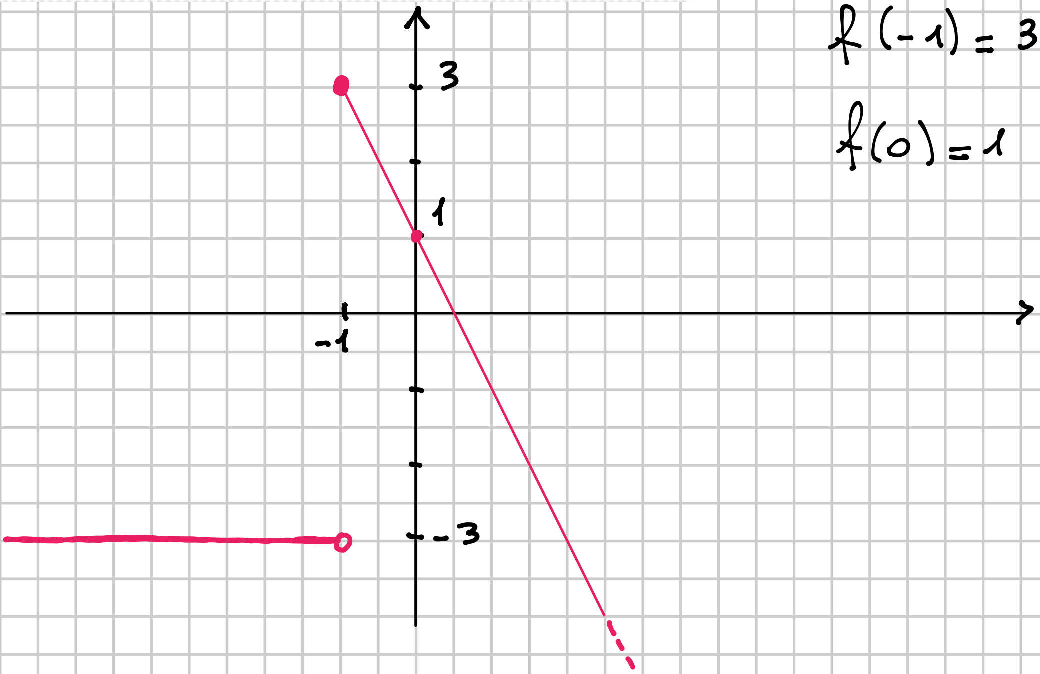
$$f(x) = \begin{cases} -3 & \text{se } x < -1 \\ -2x+1 & \text{se } x \geq -1 \end{cases},$$

trova $f(-5)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$. $[-3; 3; 1; -1]$

$f(-5) = -3$

$f(-1) = 3$

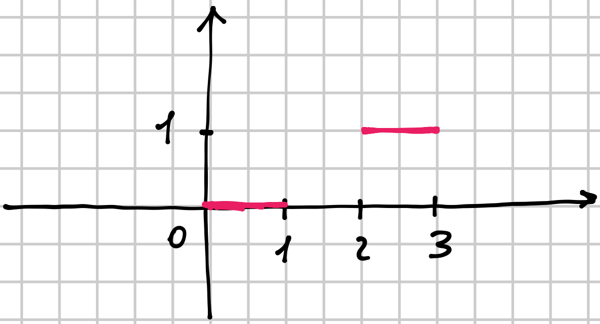
$f(0) = 1$ $\quad f(1) = -1$



ESEMPIO

$g: [0,1] \cup [2,3] \to \mathbb{R}$

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$



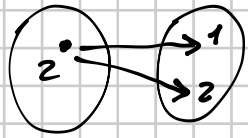
$g\left(\frac{5}{2}\right) = 1$

59 L'espressione

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \le 2 \\ \sqrt{x-1} & \text{se } x \ge 2 \end{cases}$$

non indica una funzione. Perché?

A $x = 2$ vengono associati due diversi valori



NON FUNZIONE

Se fosse stato

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \le 2 \\ \sqrt{x-1} + 1 & \text{se } x \ge 2 \end{cases}$$

non ci sarebbero stati problemi perché $f(2) = 2$, quindi f è una funzione

61 È assegnata la funzione $f\ : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < -2 \\ x & \text{se } -2 \le x \le 1. \\ -x^2 + 2x + 2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

a. Calcola le immagini di $-3, -2, -\frac{1}{2}, 0, 1, 2$.

b. Trova i valori di x per cui $f(x) = -1$ e quelli per cui $f(x) = 2$.

$\left[\text{a)} -1, -2, -\frac{1}{2}, 0, 1, 2; \text{ b)} \boxed{x < -2 \vee x = -1 \vee x = 3}; x = 2\right]$

$f(-3) = -1 \quad f(-2) = -2 \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \quad f(0) = 0 \quad f(1) = 1$

$f(2) = -(2)^2 + 2 \cdot 2 + 2 = -4 + 4 + 2 = 2$

Risolvere $f(x) = -1$

$$\begin{cases} x < -2 \\ -1 = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} -2 \le x \le 1 \\ x = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x > 1 \\ -x^2 + 2x + 2 = -1 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$x < -2 \quad \vee \quad x = -1$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$

$$\begin{cases} x > 1 \\ x = 3 \vee \underbrace{x = -1}_{\text{NON ACC.}} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$x = 3$

$x < -2 \vee x = -1 \vee x = 3$

$(-\infty, -2) \cup \{-1\} \cup \{3\}$

$f(x) = 2$

$$\begin{cases} x < -2 \\ -1 = 2 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} -2 \leq x \leq 1 \\ x = 2 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x > 1 \\ -x^2 + 2x + 2 = 2 \end{cases}$$

$\emptyset$ $\qquad$ $\emptyset$

$$\Downarrow$$

$$-x^2 + 2x = 0$$

$$-x(x-2) = 0$$

$$\begin{cases} x > 1 \\ \underbrace{x = 0}_{N.A.} \vee x = 2 \end{cases}$$

$$\boxed{x = 2}$$