64 **LEGGI IL GRAFICO** Considera la funzione $y = f(x)$ rappresentata dal grafico a lato.

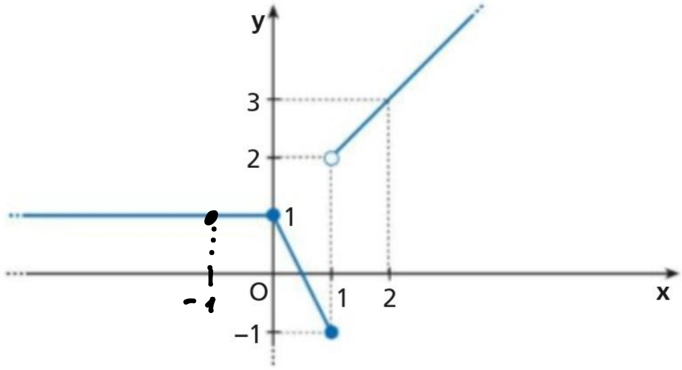
a. Indica il dominio e l'insieme immagine di $f(x)$.

b. Trova $f(0), f(1), f(-1), f(2)$ e completa:

$f(\boxed{-3}) = 1, f(\boxed{2}) = 3, f(\boxed{1}) = -1.$

[a) D: $\mathbb{R}$, $Im(f)$: $\{-1 \leq y \leq 1\} \cup \{y > 2\}$; b) $1, -1, 1, 3$]

qualsiasi numero tra $-\infty$ e 0



DOMINIO $D = \mathbb{R}$ $\quad im\, f = [-1, 1] \cup (2, +\infty)$

$f(0) = 1 \quad f(1) = -1 \quad f(-1) = 1 \quad f(2) = 3$

62 Data la funzione $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } |x| < 1 \\ -2x + 1 & \text{se } |x| \geq 2 \end{cases}$:

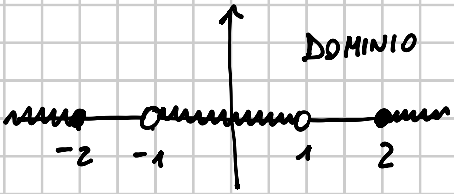
a. calcola le immagini di -2, 0, 1 e 3;

b. calcola le controimmagini di $-\frac{1}{2}$ e 7;

c. indica gli intervalli in cui la funzione non è definita.

[a) $5, 0, \nexists, -5$; b) $-\frac{1}{2}, -3$; c) $-2 < x \leq -1 \vee 1 \leq x < 2$]

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } -1 < x < 1 \\ -2x + 1 & \text{se } x \leq -2 \vee x \geq 2 \end{cases}$$



$D = (-\infty, -2] \cup (-1, 1) \cup [2, +\infty)$

c) la funzione non è definita in $(-2, -1]$ e in $[1, 2)$.

a) $f(-2) = -2(-2) + 1 = 5 \quad f(0) = 0 \quad f(1)$ NON ESISTE $\quad f(3) = -2 \cdot 3 + 1 = -5$

b) Calcolo le controimmagini di $-\frac{1}{2}$

$$\begin{cases} -1 < x < 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x \leq -2 \vee x \geq 2 \\ -2x + 1 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow -2x = -\frac{3}{2} \quad x = \frac{3}{4}$$

NON ACC. PERCHÉ NON SODDISFA $|x| \geq 2$

$x = -\frac{1}{2} \quad \vee \quad \emptyset$

L'unica controimmagine di $-\frac{1}{2}$ è $-\frac{1}{2}$

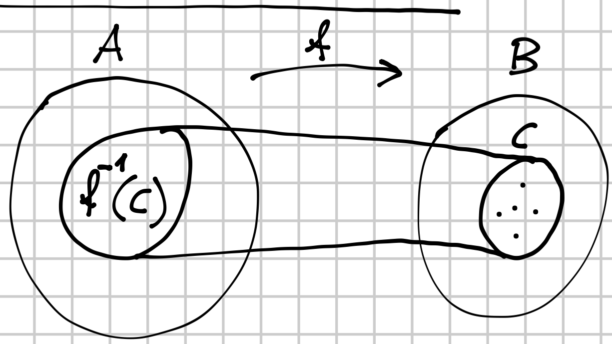
Calcolo le controimmagini di 7

$$\begin{cases} -1 < x < 1 \\ x = 7 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x \leq -2 \ \vee \ x \geq 2 \\ -2x + 1 = 7 \Rightarrow x = -3 \end{cases}$$

$\emptyset$ $\qquad$ $x = -3$

L'unica controimmagine di 7 è -3

PER INDICARE L'INSIEME CONTROIMMAGINE:



Nel nostro caso

$$f^{-1}\left(\left\{-\tfrac{1}{2}\right\}\right) = \left\{-\tfrac{1}{2}\right\} \qquad f^{-1}(\{7\}) = \{-3\}$$

ESEMPIO

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = x^2$ $\quad$ Quali le controimmagini di 4?

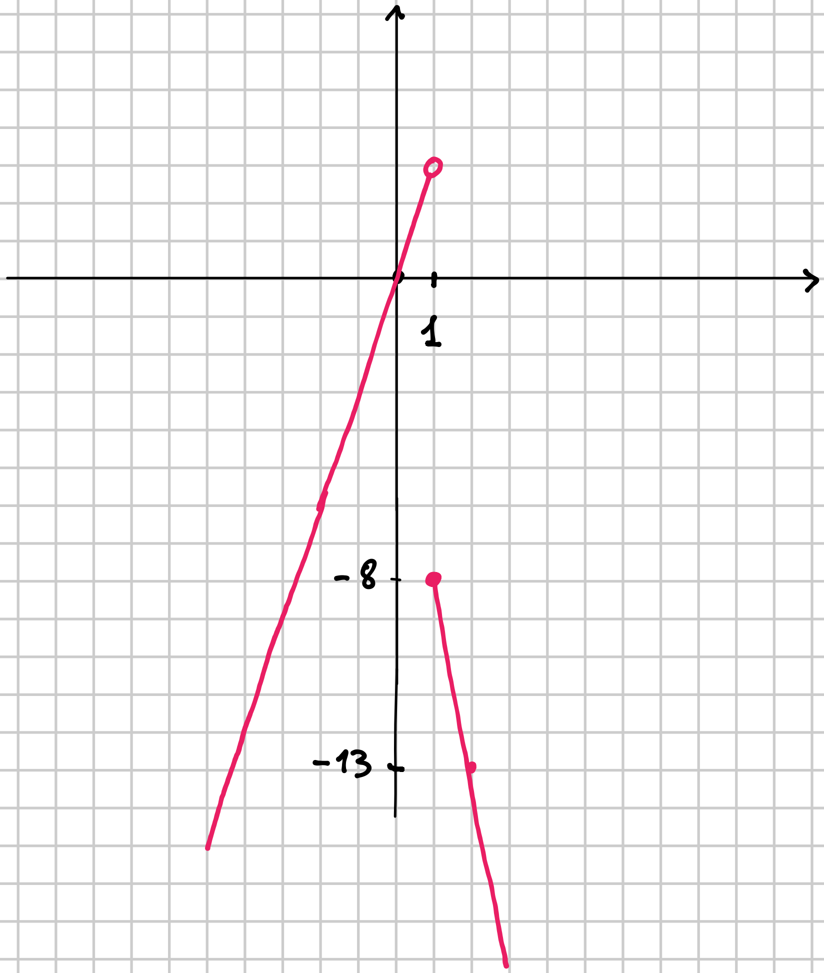
RISPOSTA: sono 2 e -2

$$f^{-1}(\{4\}) = \{2, -2\}$$

$$f^{-1}(\{-1\}) = \emptyset$$

DISEGNARE :

65 $y = \begin{cases} 3x & \text{se } x < 1 \\ -5x - 3 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$



Calcolare il dominio naturale

95 $y = \dfrac{x-1}{x^4-8x}$ $[x \neq 0 \wedge x \neq 2]$

96 $y = \sqrt{x^2-7x}$ $[x \leq 0 \vee x \geq 7]$

$\boxed{95}$ $y = \dfrac{x-1}{x^4-8x}$

$x^4 - 8x \neq 0 \rightarrow x^4 - 8x = 0$

$x(x^3-8) = 0$

$x = 0 \vee x^3 - 8 = 0$

$x \neq 0 \wedge x \neq 2 \leftarrow x = 0 \vee x = 2$

$D = \mathbb{R} \setminus \{0, 2\} = (-\infty, 0) \cup (0, 2) \cup (2, +\infty)$

$\boxed{96}$ $y = \sqrt{x^2-7x}$

$x^2 - 7x \geq 0$

$x(x-7) \geq 0$

$x \leq 0 \vee x \geq 7$ $D = (-\infty, 0] \cup [7, +\infty)$