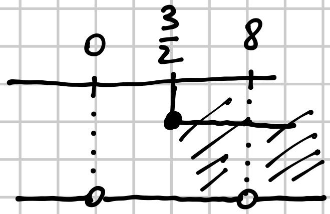
Trovare il DOMINIO (NATURALE)

138 $y = \dfrac{\sqrt{4x-6}}{\sqrt[3]{x^3-8x^2}}$ $\quad \left[\frac{3}{2} \le x < 8 \vee x > 8\right]$

$\begin{cases} 4x-6 \ge 0 \\ x^3-8x^2 \ne 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \ge \frac{3}{2} \\ x^2(x-8) \ne 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \ge \frac{3}{2} \\ x \ne 0 \wedge x \ne 8 \end{cases}$



$x \ge \frac{3}{2} \wedge x \ne 8$

$\frac{3}{2} \le x < 8 \vee x > 8$

$D = \left[\frac{3}{2}, 8\right) \cup (8, +\infty)$

$D = \left[\frac{3}{2}, +\infty\right) \setminus \{8\}$

FUNZIONI UGUALI

$f: A \to \mathbb{R}$ $\qquad g: B \to \mathbb{R}$ $\quad$ sono uguali se e solo se $\begin{cases} A = B & \text{(stesso dominio)} \\ \forall x \in A \quad f(x) = g(x) \end{cases}$

SI PUÒ PRENDERE ANCHE UN SOTTOINSIEME DI $\mathbb{R}$, DIVERSO PER f E g

In realtà per stabilire l'uguaglianza di due funzioni si guarda il dominio e <u>NON</u> il codominio. Ad esempio

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\qquad g: \mathbb{R} \to [0, +\infty)$

$f(x) = x^2$ $\qquad g(x) = x^2$ $\qquad f$ e g sono UGUALI

f $\qquad\qquad$ g

178 $y = \dfrac{x^4 - 9x^2}{x^2}$; $\qquad y = \dfrac{x^2 - 9x}{x}$. $\qquad$ SONO UGUALI?

$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \qquad\qquad g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$

Ci chiediamo: è vero o falso che $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $f(x) = g(x)$?

Prendo $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, cioè $x \neq 0$

$$f(x) = \frac{x^4 - 9x^2}{x^2} = \frac{\cancel{x^2}(x^2 - 9)}{\cancel{x^2}} = x^2 - 9$$

$$\neq$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 9x}{x} = \frac{\cancel{x}(x - 9)}{\cancel{x}} = x - 9$$

f e g sono DIVERSE

<u>SE FOSSE STATO</u>:

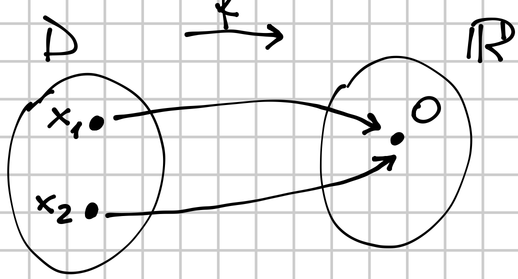
1) $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \qquad f(x) = \dfrac{x^4 - 9x^2}{x^2}$ $\qquad$ $f \neq g$ perché hanno DOMINI DIVERSI

$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad g(x) = x^2 - 9$

2) $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \qquad f(x) = \dfrac{x^4 - 9x^2}{x^2}$ $\qquad$ $f = g$ $\quad$ stesso dominio e $\forall x \in$ dominio si ha $f(x) = g(x)$

$g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \qquad g(x) = x^2 - 9$

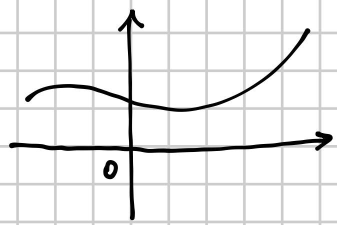
Dato $f: D \to \mathbb{R}$ si chiama <u>ZERO di f</u> un qualsiasi $x \in D$ tale che $f(x) = 0$.



x_1 e x_2 sono ZERI di f

Data $f: D \to \mathbb{R}$, si dice che f è POSITIVA (STRETTAMENTE)

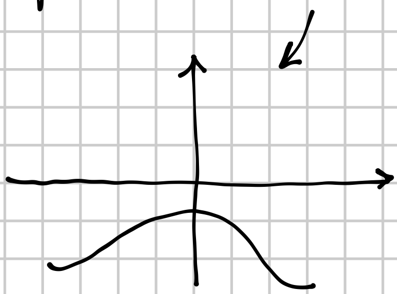
se $\forall x \in D \quad f(x) > 0$

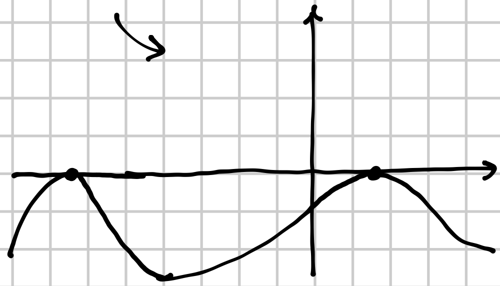


Si dice che f è NON NEGATIVA

se $\forall x \in D \quad f(x) \geq 0$

Analogamente per STRETT. NEGATIVA e NON POSITIVA



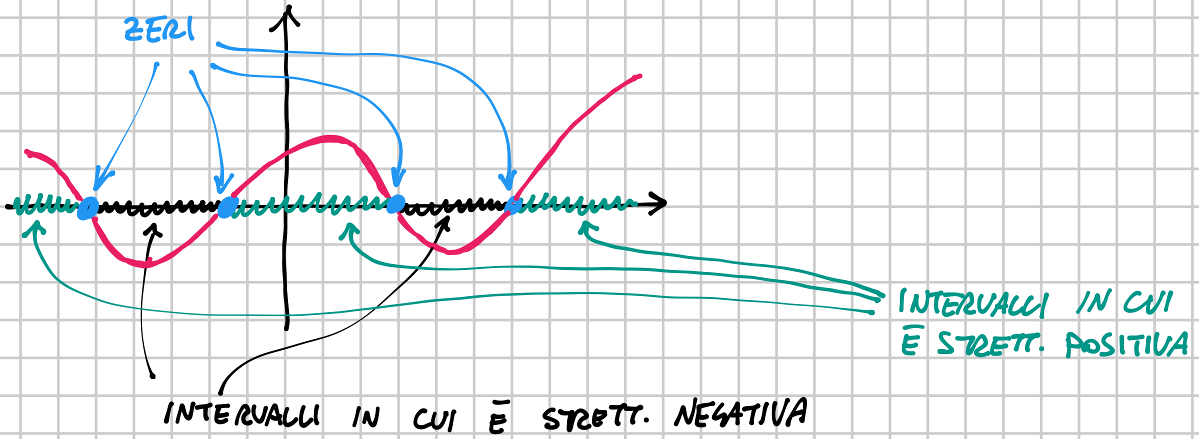


<u>ATTENZIONE</u>: Una funzione STRETT. POSITIVA è in particolare anche NON NEGATIVA

$$f(x) > 0 \Longrightarrow f(x) \geq 0$$

La <u>funzione NULLA</u> $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = 0$ è sia NON POSITIVA che NON NEGATIVA

In genere una funzione è STRETT. POSITIVA in alcuni intervalli e STRETT. NEGATIVA in altri (e in alcuni punti vale 0)



191 $y = x^7 - x^3$

TROVARE DOMINIO, ZERI, STUDIARE IL SEGNO

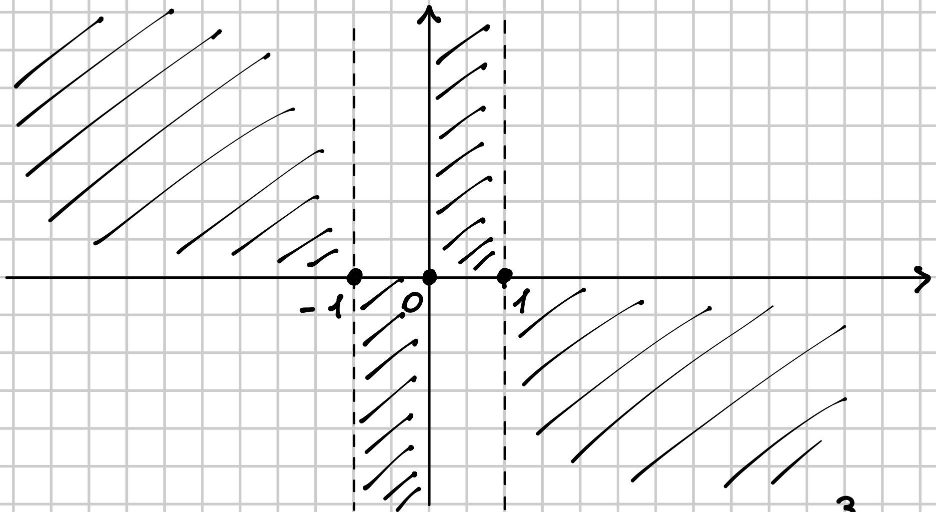
$D = \mathbb{R}$

ZERI $\quad x^7 - x^3 = 0 \qquad x^3(x^4 - 1) = 0 \qquad x^3(x^2-1)(x^2+1) = 0$

$x^3(x-1)(x+1)(x^2+1) = 0$

$\Downarrow$

$x = 0 \quad \vee \quad x = \pm 1 \qquad$ gli zeri sono $0, 1, -1$



SEGNO $\quad x^7 - x^3 > 0 \qquad x^3(x-1)(x+1)(x^2+1) > 0$

$x^3 > 0 \Rightarrow x > 0$

$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$

$x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1$

	-1		0		1	
$-$		$-$		$+$		$+$
$-$		$-$		$-$		$+$
$-$		$+$		$+$		$+$
$-$		$+$		$-$		$+$

La funzione è strett. positiva in $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$